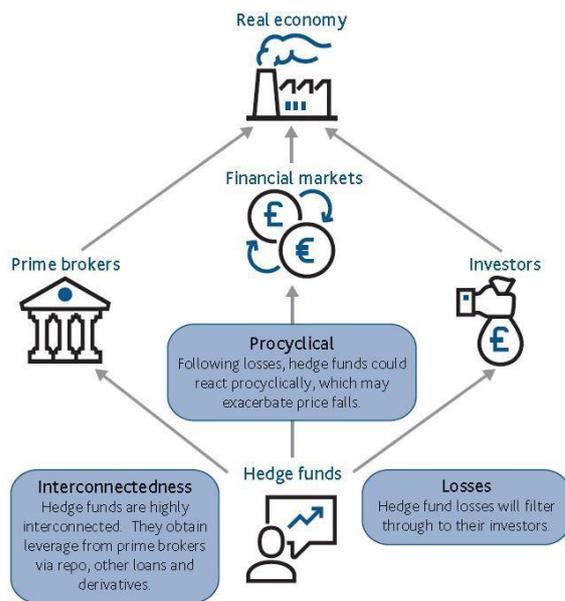


## Thème 2 Finance (2023)

### Exercice 1 : Hedge funds, Prime Brokerage, dépôts de garantie et risque de contrepartie

L'exercice est à la fois une introduction à la problématique de la mesure de performance des fonds et en outre à celle des dépôts de garantie (gestion du risque de contrepartie et problématiques procycliques des changements des marges initiales : I. Fisher, Minsky, boucles endogènes négatives, parabole du millenium bridge, etc.).

Summary figure Hedge fund transmission channels



### Prime broking services league table

H1 2018

Rank by revenues	Name
1	Morgan Stanley
2	JPMorgan
3	Goldman Sachs
4 - 6	Citigroup, BAML, Barclays
7 - 9	UBS, BNP Paribas, Deutsche Bank
10 - 12	Credit Suisse, HSBC, Société Générale

Source: Coalition  
© FT

L'activité de prime brokerage est offerte principalement par quelques très grandes banques à l'écosystème des hedge funds. Il s'agit de fournir un cadre intégré de sous-traitance des opérations financières : conservation des titres, exécution des ordres, gestion des garanties, services de back et middle office, opérations de prêts et d'emprunts de titres. Ces activités sont à faible risque (pour les prime brokers), faibles niveaux de marge et à fortes économies d'échelle, ce qui pousse à la concentration pour atteindre une taille critique.

Un investisseur (hedge fund) peut acheter ou vendre un (seul) titre à chaque date. En cas d'achat, si le cours monte, on suppose que le gain est de 1 euro, en cas de baisse, la perte est de 1 euro (en cas de vente, on intervertit gains et pertes).

On suppose qu'il peut battre le marché dans 55% des cas : Sa probabilité de gagner un euro à chaque date est donc  $p = 55\%$ .

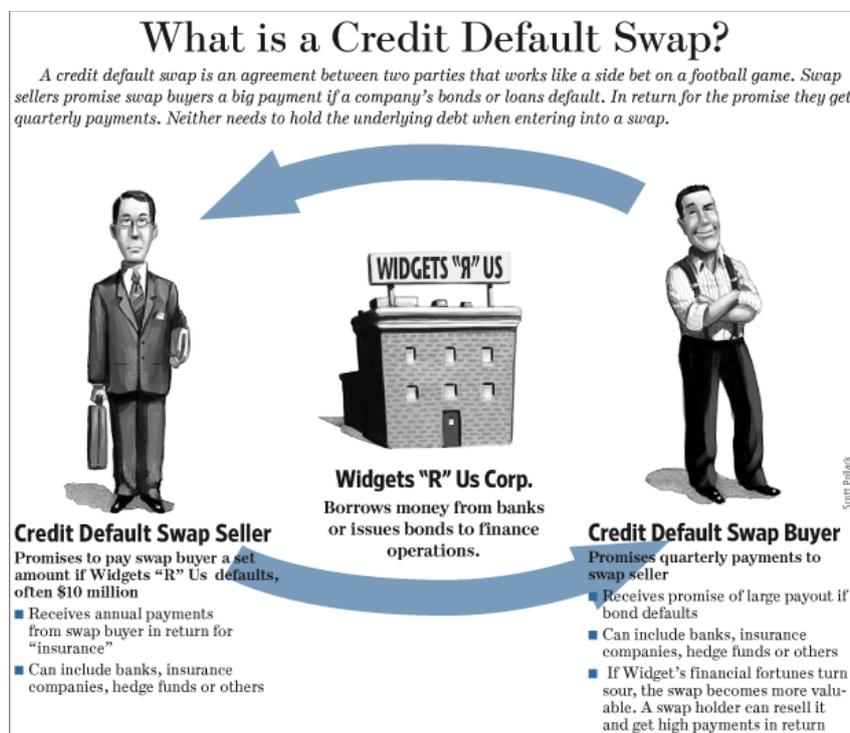
- 1) Quelles sont l'espérance et l'écart-type des gains cumulés après 252 jours ?
- 2) Utiliser la fonction alea d'Excel pour simuler et représenter graphiquement l'évolution des gains et pertes cumulées entre la date initiale et un horizon de 252 jours (une année représente environ 252 jours de transactions).
- 3) On suppose que l'investisseur a laissé un dépôt de garantie de 6 euros auprès de la banque. Si le solde en fin de mois (on supposera qu'un mois correspond à 21 jours de transactions) est (strictement) inférieur à 6 euros, l'investisseur doit renflouer son compte et le remettre à son niveau initial. Quelle est la perte maximale de la banque ? Calculer la probabilité que le solde à la banque à la fin du mois soit négatif, compte tenu du dépôt de garantie initial de 6 euros (utiliser les fonctions statistiques d'Excel).

- 4) Question bonus : Calculer l'espérance de la perte de la banque si l'investisseur venait à être en défaut à la fin du mois.
- 5) On suppose que si le solde en fin de mois est inférieur à 6 euros, l'investisseur renfloue son compte pour repartir avec un dépôt de garantie de 6 euros. Si le solde est supérieur à 6 euros, l'investisseur récupère les sommes en excès. Quelle est la probabilité que le solde ait été négatif au moins une fois dans l'année à venir ?
- 6) La banque veut s'assurer que la probabilité que l'un (au moins) des 12 prochains soldes de fin de mois soit négatif soit inférieure ou égale à 5%. Quel est le niveau du dépôt de garantie demandé par la banque à l'investisseur ?

## Exercice 2 : fonds monétaires dynamiques, *search for yield* et prise de risque excessive des intermédiaires financiers

**Motivation :** Quand les rentabilités nominales baissent ou restent basses, cela tend à déplaire (c'est un euphémisme !) aux investisseurs fortunés. Cela résulte de l'illusion monétaire, en d'une « accoutumance » aux rentabilités élevées et à l'illusion de la permanence (problème de l'induction) et de comportements sociologiques. En effet, si on considère, par exemple, le cas des contrats d'assurance-vie en euros, les magazines financiers indiquent et comparent les performances des différents contrats proposés et leur évolution au cours du temps. Il est donc de « bon ton » de montrer auprès de ses pairs que l'on a un contrat avec un bon taux.

On observe alors ce qu'on appelle le « search for yield », la quête du rendement. Ceci est obtenu par une prise de risque plus élevée. En revanche, les investisseurs ne souhaitent pas forcément se reporter sur des actifs financiers risqués, tels que les actions de pays émergents ou les « small caps ». Or, il existe des produits financiers dont la caractéristique est qu'ils sont associés à un gain faible, mais régulier « presque tout le temps », et à une perte très élevée, mais dont l'occurrence est rare.



Engagements du vendeur de protection (CDS seller) vis-à-vis de l'acheteur

A titre d'exemple, de ce type de produit, l'achat de credit default swaps sur des états ou des entreprises de (très) bonne qualité de crédit : on reçoit une prime, par exemple de 10 bp (basis points), soit 0,01% en cas de non-défaut d'un emprunteur (entreprise ou état) et on s'engage à payer 1 euro en cas de défaut.

Des montages similaires peuvent être réalisés avec des ventes d'options de vente très en dehors de la monnaie.

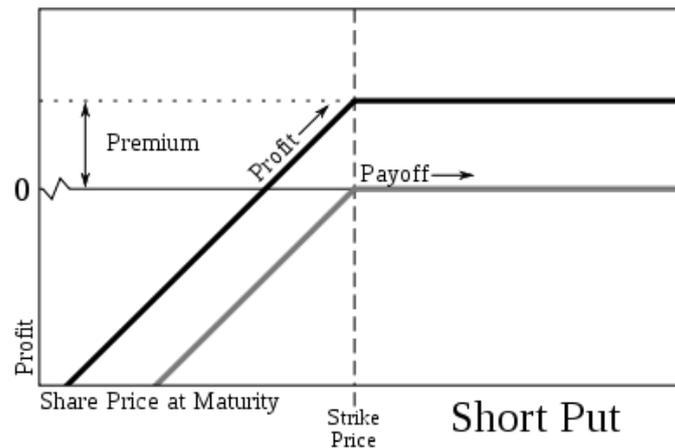
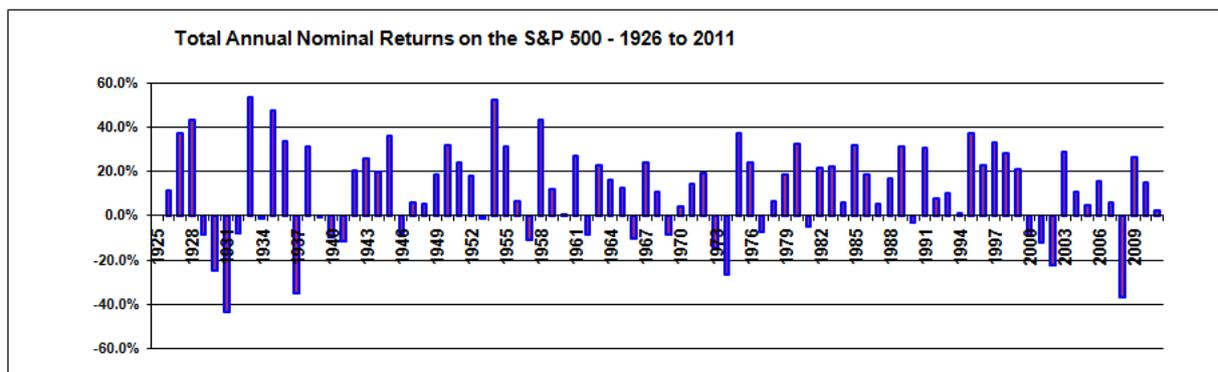


Diagramme de flux associé à une vente du put (option de vente)

En effet une telle option de vente ne sera exercée qu'en cas de crise boursière ; si on considère une option de vente de prix d'exercice 60% du niveau actuel de l'indice S&P500 et de maturité un an, il n'y aura exercice qu'en cas d'une baisse d'au moins 40% de l'indice boursier américain de référence dans l'année, ce qui n'est arrivé qu'une fois (pour une perte modérée au cours des cent dernières années).



Historique des rentabilités annuelles de l'indice S&P500 depuis 1926.

- 1) On suppose le taux sans risque nul. On considère le contrat suivant, placement en début d'année de 100 euros, paiement en fin d'année de 100,1 euros avec une probabilité de  $1 - \frac{1}{2^{10}} \approx 10^{-3}$ , paiement de 0,1 euro en fin d'année, avec une probabilité de  $\frac{1}{2^{10}} \approx 10^{-3}$ .
  - Quelle la rentabilité du placement dans le cas favorable ? dans le cas défavorable ?
  - Quelle est l'espérance de gain (net de l'investissement initial de 100 euros) de l'investisseur ? Quelle est l'espérance du taux de rentabilité de l'investissement ?
  - Quel est l'écart-type du gain de l'investisseur ?
- 2) Montrer que le placement précédent est la combinaison d'un placement sans risque et d'un contrat financier dont on explicitera les cash-flows.

- 3) On suppose que l'investisseur renouvelle un tel placement tous les ans, dans la mesure où le cas défavorable n'est pas apparu. Quelle est la probabilité que l'investisseur soit resté dans la configuration favorable au cours des 10 prochaines années (on suppose l'indépendance des rentabilités) ? Quel est alors le gain cumulé de l'investisseur au cours de ces dix années.



Ci-dessus : Demi Moore (CFO) et Simon Baker (responsable du trading) dans « *Margin Call* ».

- 4) On considère maintenant un vendeur de paris, c'est-à-dire une entité juridique assurant contre le risque d'occurrence du cas défavorable. On se place dans des conditions similaires au cas précédent. Le vendeur de paris (vendeur de protection sur un credit default swap souverain ou vendeur d'un put en dehors de la monnaie sur l'indice S&P 500) assure l'acheteur de protection vis-à-vis de la réalisation d'un événement extrême. La prime versée pour l'assurance est de 0,001 euros par euro assuré. Dans le cas défavorable survenant avec une probabilité de 0,1%, l'assureur ou vendeur de protection verse 1 euro à l'acheteur de protection
- De quelle réserve financière le vendeur de protection devrait-il disposer par euro de contrat assuré ?
  - Si le vendeur de protection ne dispose d'aucune réserve financière, quelle est la probabilité d'un défaut du vendeur de protection avant 10 ans ? Quel est le gain en cas de non-défaut ?



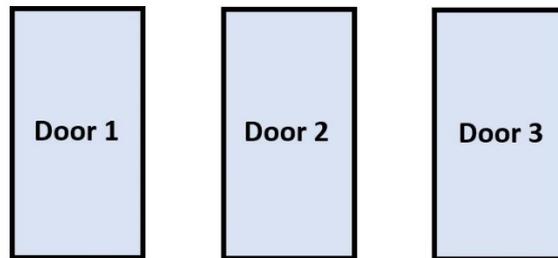
**Financial Products**

<https://www.telegraph.co.uk/finance/financialcrisis/3225213/AIG-trail-leads-to-London-casino.html>

- 5) *Question complémentaire : On envisage de tester l'hypothèse que le surplus de rentabilité est significativement supérieur au taux sans risque. L'hypothèse nulle est donc que le taux de rentabilité espéré est nul. On considère 10 années d'observation des rentabilités et on se place dans le cas (le plus fréquent) favorable pour l'investisseur. Calculer la moyenne des rentabilités annuelles dans l'échantillon de 10 observations. Calculer l'écart-type des rentabilités dans l'échantillon. On utilise un test de Student pour tester l'hypothèse nulle. Calculer la statistique de test et conclure.*

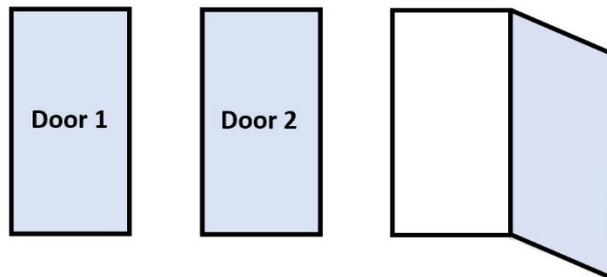
### Exercice 3 : Traitement de l'information et conditionnement, le jeu de Monty Hall

Ce problème est inspiré d'un célèbre jeu télévisuel américain. Il est destiné à réfléchir sur la valeur de l'information, dans une situation de jeu probabiliste non coopératif. Voici le problème :



Il y a trois portes. Derrière l'une des trois portes, il y a un chèque d'un million d'euros, derrière les deux autres, il y a une pièce d'un euro.

Vous êtes face au présentateur de télévision, lui sait ce qui se cache derrière chacune des trois portes. On vous propose de choisir une des trois portes. Disons que vous choisissez la porte 1 (ce choix n'aura en fait pas d'importance pour déterminer la bonne stratégie et le raisonnement qui y mène). Le présentateur ouvre alors l'une des deux autres portes, disons la porte 3. Il s'y trouve une pièce d'un euro.



Il vous demande alors si vous maintenez votre choix initial et que vous demandez à voir s'il y a un million d'euros derrière la porte 1 ou si vous souhaitez changer votre choix et que vous demandez que la porte 2 soit ouverte. Vous aurez la somme derrière la porte que vous aurez choisi d'ouvrir.

Il y a plusieurs types d'attitudes, ceux qui ne raisonnent pas (disons qu'ils décident « intuitivement »), ceux qui pensent savoir qu'il faut conserver son choix initial, ceux qui pensent savoir que cela n'a pas d'importance et ceux

- 1) Pensez-vous que cela fasse une différence entre rester sur votre choix initial (demander à ouvrir la porte 1) ou changer votre choix (demander à ouvrir la porte 2) ?
- 2) On vous indique le raisonnement suivant : la porte 3 ne cachant qu'un euro, il ne reste que deux possibilités que le chèque soit derrière la porte 1 ou la porte 2. Sachant par ailleurs, que le chèque n'a pas été changé de place, la probabilité qu'il soit derrière la porte 1 passe de  $1/3$  à  $1/2$  après la révélation qui vient d'être faite (et donc de  $1/2$  derrière la porte 2). Quel degré de plausibilité (croyance) donnez-vous à ce résultat (1 correspond à la certitude, 0 à la certitude opposée) ? Vous utilisez ici votre système 1.
- 3) Voyons maintenant ce qu'il en est du système 2. On commence par vous proposer un calcul simple. Quelle est la probabilité a priori qu'un euro soit derrière la porte 3 ?
- 4) Quelle est la probabilité que le présentateur ouvre la porte 3 sachant que le million d'euros est derrière la porte 3 ?

- 5) Quelle est la probabilité que le présentateur ouvre la porte 3 sachant que le million d'euros est derrière la porte 2 ?
- 6) Quelle est la probabilité que le présentateur ouvre la porte 3 sachant que le million d'euros est derrière la porte 1 ?
- 7) Quelle est la probabilité que le présentateur ouvre la porte 3 (utiliser la loi des probabilités totales) ?
- 8) Quelle est la probabilité que le million d'euros soit derrière la porte 2 sachant que le présentateur a ouvert la porte 3 ?
- 9) Conclure
- 10) Retrouver ce résultat par dénombrement des cas possibles

#### Exercice 4 : coût moyen d'achat des actions en cas de versements réguliers (ou programmés)

Le principe des versements programmés est simple : supposons que vous disposez d'une capacité d'épargne de 1200 € / mois. On vous propose d'investir ce montant dans des actions pour profiter de la prime de risque à long-terme. Les prix des actions fluctuant, vous êtes amenés à acheter davantage d'actions quand les prix sont bas et moins quand les prix sont élevés. Outre la facilité de compréhension, tout cela semble une affaire de bon sens ; et c'est effectivement un argument mis en avant par la plupart des conseillers en gestion de patrimoine.

### Quelle performance pour les versements programmés en 2022 ?

février

Auteur: [Rédaction meilleurtaux Placement](#) | Le 2 février 2023

Les versements programmés sont une solution à la portée de tous les épargnants et qui a fait ses preuves pour générer du rendement sans se soucier des aléas boursiers, aussi bien à court qu'à long terme. Cette solution est connue de longue date par les plus avertis et présente de nombreux avantages pour tous les épargnants détenteurs d'une assurance vie. 2022 a été une année noire pour les marchés boursiers, mais qu'en est-il avec les versements programmés ? Et sur 10 ans ? C'est ce que l'on vous propose de découvrir dans cet article.

Extraits du site <https://placement.meilleurtaux.com/assurance-vie/actualites/2023-janvier/quelle-performance-pour-les-versements-programmes-en-2022.html>

Il y a une troisième voie, qui consiste à **investir régulièrement, sans se préoccuper des niveaux de marchés** : l'investissement régulier, par le biais de versements programmés, est une **solution efficace pour atténuer les fluctuations boursières**. En faisant des versements régulièrement, on achète parfois quand la Bourse est à un point haut et parfois quand elle est à un point bas (et parfois entre les deux). **On se retrouve finalement avec un point d'entrée moyen « moyen »**. On lisse ainsi les aléas de marché, mais on profite quand même de la tendance des actions\* à long terme.

Le but de cet exercice est d'y voir d'un peu plus près et que penser de ce type de recommandation.

- 1) Commençons par un petit rappel amusant de mathématiques de nos (toutes) jeunes années. Un automobiliste parcourt la moitié de son trajet sur autoroute à une vitesse de 120 km/h ;

l'autre moitié, du fait de ralentissements, n'est parcourue qu'à une vitesse de 60 km/h. Quelle est la vitesse moyenne de cet automobiliste ?

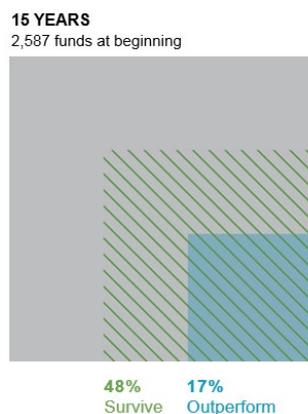
- 2) On revient à notre exercice. On commence par deux dates  $t = 1,2$  et  $P_1 = 120, P_2 = 60$ . Calculer le prix moyen d'achat.
- 3) Le cas précédent correspondait à un marché baissier. Que se passe-t-il si le marché est haussier ( $t = 1,2$  et  $P_1 = 60, P_2 = 120$ ) ?
- 4) Que conclure pour l'investisseur ?
- 5) On se place maintenant dans un marché plus volatil ? Les deux prix sont  $P_1 = 150, P_2 = 30$  (la moyenne arithmétique n'a pas changé et reste égale à 90). Calculer le prix moyen d'achat.
- 6) Prouver l'inégalité précédente entre prix moyen d'achat et moyenne arithmétique pour  $P_1, P_2$  quelconques.
- 7) Généraliser le résultat précédent à un ensemble quelconque de dates.
- 8) Généraliser le résultat précédent à des paiements programmés non constants (variant par exemple en progression arithmétique)



Beverly Sills, enfant prodige et cantatrice

### Exercice 5 (complémentaire) : Biais du survivant et performance des fonds

Le nombre de fonds aux États-Unis est resté à peu près constant (environ 7000) sur la période de 15 ans entre 1999 et 2014. Mais seuls 40% des fonds existant en 1999 étaient toujours ouverts en 2014, soit une disparition d'environ 6% des fonds, chaque année, compensée par un taux de création équivalent. Pour les Hedge Funds, le taux d'attrition pourrait être de 2 à 3 fois supérieur. Ci-dessous les résultats d'une autre étude portant sur 2587 fonds :

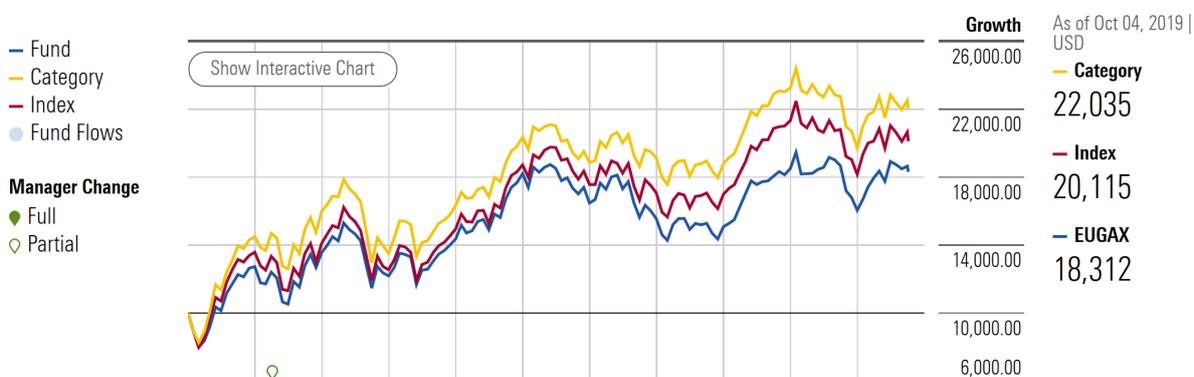


Les fonds qui ferment sous-performent en général leur indice de référence (benchmark). <https://www.diversifiedassetmanagement.com/blog/2017/07/survivorship-bias-can-skew-your-views-on-mutual-funds> Ainsi, si on étudie la performance des fonds ouverts aux investisseurs, il

apparaît un biais d'échantillonnage, les fonds survivants ayant de meilleures performances, que les fonds qui ne sont plus accessibles au public.

Morningstar publie les performances comparées des fonds et de leur indice (ainsi que la performance comparée d'un fonds et celle des fonds concurrents). Ci-dessous les données pour le fonds gérés par Morgan Stanley (ticker EUGAX).

### Growth of 10,000



<https://www.morningstar.com/funds/xnas/eugax/quote> <https://www.morganstanley.com/im/en-us/registered-investment-advisor/product-and-performance/mutual-funds.desktop.html>

Total Return %	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	YTD
Fund	27.32	6.55	-10.19	17.87	26.82	-9.52	-5.63	-2.99	22.70	-13.30	14.10
+/- Category	-20.01	-3.96	4.95	-3.07	0.30	-2.22	-7.34	-1.33	-0.99	1.83	2.36
+/- Index	-8.51	2.67	0.86	-1.25	1.59	-3.34	-2.79	-2.58	-2.80	1.56	3.35
Quartile Rank	III	III	III	III	III	III	III	III	III	III	III
Percentile Rank	85	69	23	77	43	86	91	55	54	32	21
# of Funds in Cat.	116	118	123	127	103	96	113	130	132	122	113

YTD Fund as of Oct 04, 2019 | Category: Europe Stock as of Oct 04, 2019 | Index: MSCI Europe NR USD as of Oct 04, 2019

Sous l'hypothèse de marchés efficients, il n'y a pas de valeur ajoutée des gérants de portefeuille, si bien que la probabilité de battre le marché (d'avoir une rentabilité supérieure à l'indice de référence ou à la moyenne des performances annuelles des fonds) est de 50%. Par ailleurs, il n'y a pas de persistance, c'est-à-dire que les probabilités conditionnelles sachant que l'on battu le marché dans le passé sont aussi égales à 1/2.

On supposera qu'un fonds qui sous-performe son indice de référence **trois années consécutives**, est **fermé** par son sponsor (la société qui le commercialise); l'argent placé est remboursé » aux investisseurs ou transféré vers d'autres fonds. **Les décisions de fermeture se font au 31 décembre de chaque année et l'ouverture de nouveaux fonds se fait au 1 janvier de l'année suivante. On notera  $m$  le nombre de fonds ayant au moins trois ans d'existence au 31/12,  $n$  le nombre de nouveaux fonds ouverts chaque 1<sup>er</sup> janvier,  $M$  le nombre total de fonds (supposé constant).**

1) Relier  $M$ ,  $m$ ,  $n$ ?

(On remarque que les fonds ouverts au 1/1 de la même année et au 1/1 de l'année précédente ne peuvent être fermés).

- 2) On suppose que la **probabilité qu'un fonds batte le marché est  $p$** . Il est possible que les gérants de portefeuille battent en moyenne le marché, auquel cas  $p > \frac{1}{2}$ . L'hypothèse de base (marchés efficients) est néanmoins  $p = \frac{1}{2}$ . On suppose en outre que cette probabilité est identique pour tous les fonds et que la probabilité qu'un fonds batte le marché est indépendante des performances passées (non persistance des sur ou sous-performances). **Calculer la proportion des fonds de plus de trois ans qui, en moyenne, ferment au 31/12.**
- 3) En déduire une relation entre  $m$  et  $n$  (le nombre de fonds au 31/12,  $M$ ) est égal au nombre de fonds au 1/1).
- 4) Calculer le ratio  $\frac{n}{M}$  correspondant au taux de création de nouveaux fonds en fonction de  $p$ .
- 5) On considère les fonds ayant au moins trois ans d'ancienneté au 31/12 et toujours ouverts au 1/1 (n'ayant donc pas eu trois sous-performances consécutives). Calculer la proportion de ces fonds ayant sur-performé le marché l'année précédente.

*Remarque : on peut éventuellement se limiter au calcul dans le cas  $p = \frac{1}{2}$ , qui est plus simple.*

- 6) Calculer la proportion de fonds ayant battu le marché l'année précédente parmi les fonds commercialisés le 1/1. Comparer cette proportion à  $p$ .