

■ Cours assuré par **Jean-Paul Laurent**

- Professeur, Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
  - [jean-paul.laurent@univ-paris1.fr](mailto:jean-paul.laurent@univ-paris1.fr) ou [laurent.jeanpaul@free.fr](mailto:laurent.jeanpaul@free.fr)



- Enseignement à l'EMS, Magistère de Finance 1<sup>er</sup> année, en M1 (Finance, Gestion des risques financiers) et en M2 FMGR (Risques de marché)

■ **Documentation et transparents**



1

■ Thèmes de recherche au sein du PRISM - Sorbonne



- *Gestion et modélisation des risques de marché et de crédit, régulation bancaire, organisation des marchés de produits dérivés*
- [Linkedin](#) [Google Scholar](#) [Paris 1](#)

2

*Acquisition de connaissances: objectifs*

- Comment la microéconomie éclaire la finance ?
- Approfondir les thématiques financières d'actualité
- Pour mieux se préparer aux métiers de la finance



Magistère Finance Sorbonne, 30 ans d'existence



3

*Organisation des transparents*

- Quelques points de microéconomie financière
  - *Modèle structurel de Merton, coûts d'agence de l'endettement (asset substitution) et stabilité financière*
  - *Options de croissance, surendettement et sous-investissement (Myers)*
  - *Endettement et antisélection (Stiglitz – Weiss)*
  - *Les coûts du financement externe (Holmström et Tirole)*
  - *Choix en environnement risqué*
  - *Éthique et Finance*
  - *Partage optimal des risques (Arrow – Debreu)*
- A quoi sert la finance aujourd'hui ?
  - *Les transformations de la gestion des moyens de paiement*
  - *La gestion de l'épargne et le jeu de la confiance*
  - *Sélection et suivi des projets d'investissements*
  - *Gestion et allocation des risques*

4

# Organisation pratique

<http://laurent.jeanpaul.free.fr/Enseignement/enseignement.htm>



Cours de Théorie économique et politique monétaire  
Cours de Gestion obligataire  
Magistère de Finance



Cours de Théorie et évaluation des options  
M2 Finance de marché

Université Paris 1 Panthéon - Sorbonne  
Ecole de Management de la Sorbonne  
17, rue de la Sorbonne, 75005, Paris, FRANCE



Contact : [laurent.jeanpaul@free.fr](mailto:laurent.jeanpaul@free.fr) ou [jean-paul.laurent@univ-paris1.fr](mailto:jean-paul.laurent@univ-paris1.fr)

[Liens vers le cours de gestion financière 2](#)

NB: Les documents en téléchargement sont réactualisés régulièrement. Ces documents ont qu'une durée de vie limitée, notamment en ce qui concerne les aspects descriptifs relatifs aux marchés financiers, à la réglementation financière et aux normes comptables en constante évolution.

**Magistère de Finance**, première année, Théorie économique et politique monétaire

Ce cours annuel a pour objectif de donner les principaux outils économiques nécessaires à quiconque souhaite s'engager dans un carrière financière.

Il traite des points suivants :

- évolution et traits caractéristiques du capitalisme financier,
- approfondissement des mécanismes de fonctionnement des marchés financiers : microstructure des marchés, organisation des marchés primaires et secondaires, mécanismes d'enchères, transmission de l'information par les prix,
- outils microéconomiques liés aux asymétries d'information : aléa moral et conflits d'agence, antisélection et rationnement du crédit,
- fonctions des marchés financiers et des banques dans le financement de l'économie et de la gestion des risques,
- examen détaillé des instruments de la politique monétaire, du bilan des banques centrales et de leurs interactions avec les banques commerciales (refinancement, régulation et supervision).



## Annales des examens

[Examen du 6 mai 2011](#)

[Contrôle continu du 2 mars 2012 \(présentation\)](#)

[Examen du 4 mai 2012](#)

[Examen du 4 mai 2012 \(éléments de corrigé\)](#)

[Examen du 19 avril 2013](#)

[Contrôle continu du 24 octobre 2013](#)

[Contrôle continu du 24 octobre 2013 \(éléments de corrigé\)](#)

[Examen du 10 janvier 2014](#)

[Examen du 5 mai 2014](#)

[Examen du 5 mai 2014 \(éléments de corrigé\)](#)

[Examen du 12 janvier 2015](#)

[Examen du 4 mai 2015](#)

[Examen du 4 mai 2015 \(éléments de corrigé\)](#)

[Examen du 2 mai 2016](#)

[Exercice du vendredi 17 mars 2017 \(éléments de corrigé\)](#)

[Examen du 5 mai 2017](#)

[Examen du 4 mai 2018](#)

[Examen du 4 mai 2018 \(éléments de corrigé\)](#)

[Examen du 7 janvier 2019](#)

[Examen du 7 mai 2019](#)

[Examen du 7 mai 2019 \(éléments de corrigé\)](#)

[Examen du 27 février 2020 \(éléments de corrigé\)](#)

[Examen du 19 janvier 2022 \(éléments de corrigé\)](#)

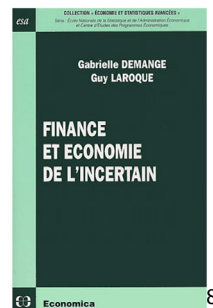
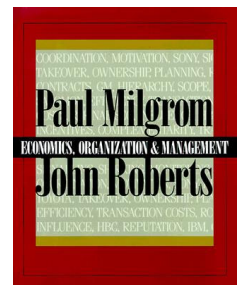
## Partie 1 : Approches économiques de la finance d'entreprise et de marché

- [Modèle structurel de Merton](#)
- [Interdépendance et risques de défaut](#)
- [Aléa moral et coût d'agence de la dette](#)
- [Coûts d'agence de l'endettement et stabilité financière](#)
- [Actifs contingents : la fabrique des produits dérivés](#)
- [Investissement, options de croissance et surplomb de la dette](#)
- [Dette et antisélection](#)
- [Finance et confiance](#)
- [Ethique et finance](#)
- [Choix en environnement risqué](#)
- [Partage optimal des risques](#)
- [Les coûts du financement externe](#)
- [Les fonctions de la finance : moyens de paiement](#)
- [Les fonctions de la finance : suivi des investissements](#)
- [Les fonctions de la finance : améliorer la gestion des risques](#)

Théorie économique, financière et monétaire  
Magistère de Finance  
Université Paris 1 – Panthéon Sorbonne



- Transparents
  - Ont une durée de vie limitée, vu l'évolution rapide des produits et marchés financiers.
  - Actualisation régulière
- Organisation du cours
  - Séances consacrées à des approfondissements en finance et en microéconomie financière
    - Analyse économique des actions et des obligations, options, information incomplète, aléa moral, conflits d'agence, incitations, antisélection, partage optimal des risques



*Plan : Modèle structurel de Merton et  
introduction aux options financières*

- Crédit et responsabilité limitée
- Modèle structurel de Merton
- Probabilité de défaut
- Modèle structurel avec plusieurs entreprises



## Crédit et responsabilité limitée

## Crédit et responsabilité limitée

- Le « capital » au sens de la détention d'actions dans une société à responsabilité limitée est une « invention » récente
  - Ici donc, capital est à dissocier de la détention de « moyens de production »
  - Florence : 1408 (l'un des grands centres financiers à la Renaissance)
  - Ordres monastiques au 15<sup>ème</sup> siècle (English law)
- Dans le cas des entreprises, la responsabilité limitée implique la notion de personnalité morale d'une société
  - Afin qu'elle puisse contracter
  - Disposer d'un patrimoine
- De manière plus générale, la notion de crédit et de relations contractuelles implique l'existence de cadres juridiques (plus ou moins formels) afin d'actualiser les engagements réciproques des parties.

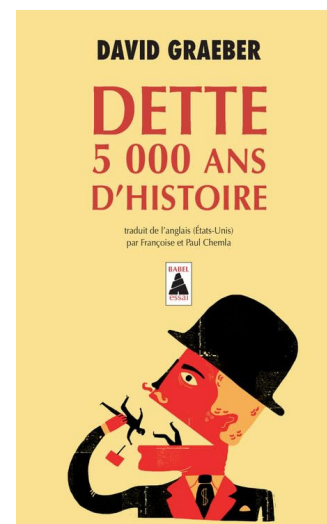
13

14

## Crédit et responsabilité limitée

- De manière générale, la notion de crédit telle qu'on l'entend aujourd'hui implique l'existence de personnes (individus) physiques ou morales, dotées du droit de contracter.
- Historiquement, la dette précède la monnaie
  - Et non l'inverse, voir Graeber (*Dette : 5000 ans d'histoire*)
- Ce peut être un outil d'émancipation ou d'assujettissement
  - L'accès (équitable) au crédit est un critère d'un système bancaire performant
  - Assujettissement : predatory lending, usure, ...
    - Carr & Kolluri (2001). Predatory lending: An overview. *Fannie Mae Foundation*.
    - Agarwal, Amromin, Ben-David, Chomsisengphet & Evanoff (2014). Predatory lending and the subprime crisis. *Journal of financial economics*.
    - Bond, Musto & Yilmaz (2009). Predatory mortgage lending. *Journal of Financial Economics*.

15



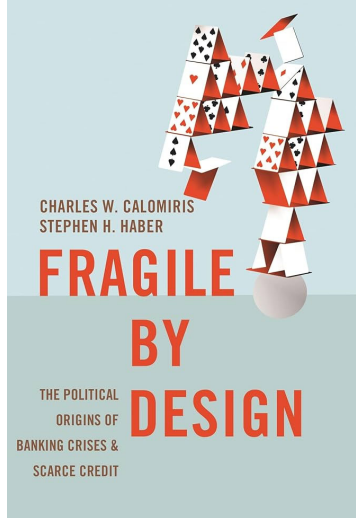
– La dette ? Nous voulons l'abolir aussi. L'impératif immédiat était d'arrêter le FMI, de mettre un terme à ses politiques d'ajustement structurel, cause directe de tous les dégâts, mais nous y sommes parvenus étonnamment vite. L'objectif à long terme est l'annulation de la dette. Un peu dans l'esprit du Jubilé biblique. Pour nous, trente ans de flux financiers des pays pauvres vers les riches, ça suffit !

– Mais ils l'ont emprunté, cet argent, a-t-elle répliqué, sur le ton de l'évidence. Il est clair qu'on doit toujours payer ses dettes.

16



We show how banking systems arise from a process of political bargaining that we call the Game of Bank Bargains. That game is one in which parties with diverging interests come together to form coalitions that determine what sorts of banks will be created and how they will function. The



Leaving politics out of the theory of banking crises truly omits the prince from the play. Political outcomes of the Game of Bank Bargains shape the rules under which banks operate and determine the shocks to which they are subject. The

## Crédit et responsabilité limitée



## Crédit et responsabilité limitée

### predatory lending

Predatory lending is any lending practice where the borrower is taken advantage of by the lender. Predatory lenders impose lending terms that are unfair or abusive. This predatory practice is often committed against victims who are elderly or low-income.

Examples of predatory lending include failing to disclose information or disclosing false information, high interest rates or fees, and risk-based pricing. These actions, and a variety of other practices, either individually or in concert, further a predatory lender's goal of the loan ultimately not being paid back and the debtor defaulting. Legislation has been passed to regulate this industry – see below federal material.

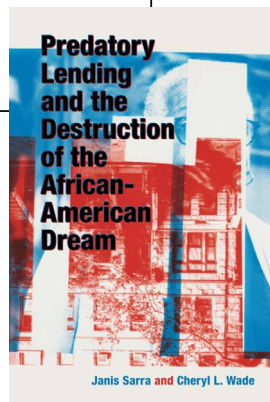
Federal Material

- 15 U.S.C. Chapter 41, Consumer Credit Protection
- 15 U.S.C. § 1691, Equal Credit Opportunity Act

### Predatory Loan Prevention Bill Introduced in Florida to Codify “True Lender” Analysis

By **John L. Culhane, Jr.**, **Ronald K. Vaske** & **Mindy Harris** on November 15, 2023

POSTED IN PREEMPTION, REGULATORY AND ENFORCEMENT, STATE LICENSING, USURY



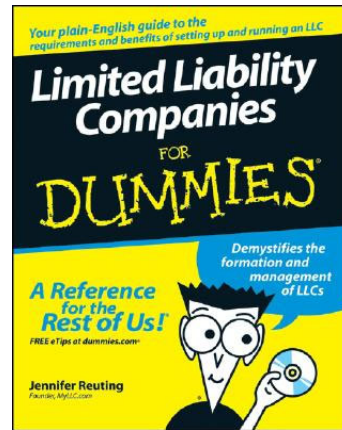
## Crédit et responsabilité limitée

- Padgett & McLean (2011). Economic credit in renaissance Florence. *The Journal of Modern History*.
- Trivellato (2020). Renaissance Florence and the origins of capitalism: A business history perspective. *Business History Review*.
- Hillman (1997). Limited liability in historical perspective. *Washington and Lee Law Review*.
- Padgett & McLean (2006). Organizational invention and elite transformation: The birth of partnership systems in Renaissance Florence. *American journal of Sociology*.
- Harris (2020). A new understanding of the history of limited liability: an invitation for theoretical reframing. *Journal of Institutional Economics*.
- Padgett & McLean (2011). Economic credit in renaissance Florence. *The Journal of Modern History*.
- Halpern, Trebilcock & Turnbull (1980). An economic analysis of limited liability in corporation law. *U. Toronto LJ*.
- Manne (1967). Our two corporation systems: Law and economics. *Virginia Law Review*.
- Vuillemeij (2023). The Origins of Limited Liability: Catering to Safety Demand with Investors' Irresponsibility.

## Responsabilité limitée

- SARL, Société à responsabilité limitée
  - Les SA sont aussi à responsabilité
- EURL, EURL
- LLC : Limited Liability Company

Setup your US Company Corp / LLC in	Open your US Business Bank Account in	Get Free Unlimited Tax & Accounting Support for
<b>24</b> Hours	<b>03</b> Days	<b>01</b> Year
<i>Since 2006</i>		
<a href="#">Show me more info</a>		



21

## Responsabilité limitée

- Les actionnaires ne peuvent perdre plus que leur mise de fonds initiale
- La responsabilité limitée permet d'attirer plus de fonds et facilite l'investissement
  - Car la fortune personnelle des actionnaires n'est pas engagée
- Il existe des limites à la responsabilité limitée
  - Garanties données par les actionnaires sur leurs biens propres
  - Comportements délictueux des actionnaires
  - Décision des actionnaires lors d'une restructuration d'entreprise
- On suit ici une approche fonctionnaliste
  - Comme Durkheim dans « De la division du travail social »
  - Qui n'exclut pas que l'on considère les interactions entre les parties prenantes, ici prêteurs vs emprunteurs, actionnaires vs créanciers

22



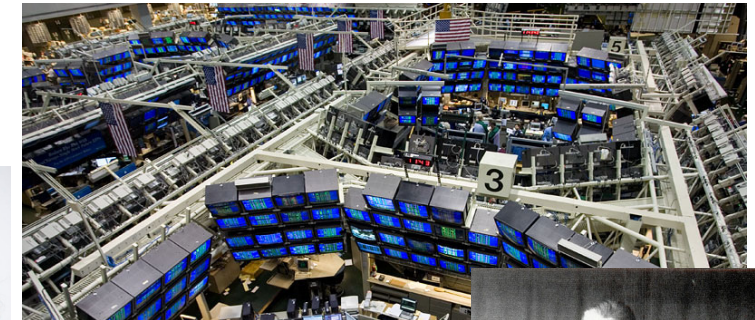
## Modèle structurel de Merton (cas statique)

25

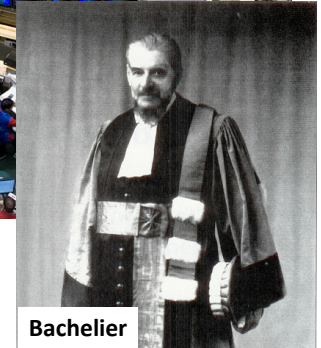
## Modèle structurel de Merton et introduction aux options financières



Robert Merton



Myron Scholes, Fischer Black

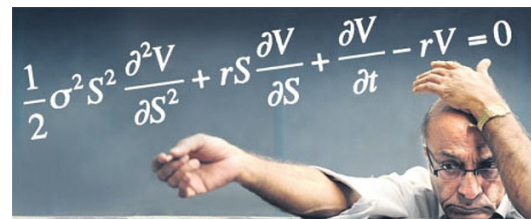
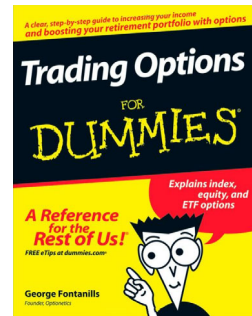


Bachelier

26

## Modèle structurel et options financières

- Modèle structurel, actions et dettes
  - Payoffs d'options d'achat et de vente
- Introduction et exercices sur les options financières
  - Relation de parité call put
  - Valeur temps



$$C(S, t) = N(d_1)S - N(d_2)Ke^{-r(T-t)}$$

$$d_1 = \frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}} \left[ \ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t) \right]$$

$$d_2 = \frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}} \left[ \ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t) \right]$$

$$= d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

27

## Modèle structurel de Merton, coûts d'agence de l'endettement et stabilité financière

- Analyse économique des droits des actionnaires et des actions (modèle structurel de Merton)
- Extension du modèle structurel à un réseau de banques
- Exercices sur les options
- Conflit d'agence de l'endettement (asset substitution)
- Incidences pour la réglementation bancaire
  - Passager clandestin, supervision
  - La capture du régulateur
  - Le rôle des franchises bancaires
  - Les garanties implicites des Etats
  - Narrow banking ? Séparation de la banque de détail et d'investissement ?

28

## Actions et prêts : droits de propriété



- Analyse économique des actions et des prêts selon le modèle de Merton
  - *Analyse économique des bailleurs de fonds*
    - Actionnaires et prêteurs
    - *Accent mis sur les droits de propriété*
- Considérons une entreprise
  - créée à la date  $t = 0$
  - liquidée à la date  $t = 1$
  - Pas de coût lié à la liquidation des actifs
  - On note  $A_0, E_0, D_0$  la valeur de l'actif, des actions (ou fonds propres) et de la dette en  $t = 0$
  - Équilibre du bilan : les fonds mis à disposition constituent l'actif  $A_0 = E_0 + D_0$

29

## Actions et prêts : droits de propriété



- De même, on note  $A_1, E_1, D_1$  la valeur économique de l'actif, des actions et de la dette en  $t = 1$ 
  - $A_1 = E_1 + D_1$
- On note  $i$  le taux nominal de la dette
  - L'entreprise s'est engagée à rembourser au prêteur le montant  $D_0 \times (1 + i)$  en  $t = 1$
  - Mais ceci n'est possible que si  $A_1 > D_0 \times (1 + i)$ 
    - Sauf à faire appel à des bailleurs de fonds extérieurs (garanties)
  - Si  $A_1 < D_0 \times (1 + i)$ 
    - L'entreprise est en « faillite »
    - Impossibilité de rembourser normalement le prêteur
    - Le prêteur récupère alors les actifs à la date  $t = 1$
    - Soit  $A_1$

30

## Actions et prêts : droits de propriété

Robert Merton



- Le modèle de Merton (suite)
  - Le prêteur récupère à la date  $t = 1$  :
    - $D_1 = D_0 \times (1 + i)$  si  $A_1 \geq D_0 \times (1 + i)$
    - $D_1 = A_1$  si  $A_1 < D_0 \times (1 + i)$
- Soit :  $D_1 = \min(A_1, D_0 \times (1 + i))$ 
  - la valeur de l'actif  $A_1$  n'est pas connue dès l'origine
  - La valeur de la dette à la date  $t = 1$ ,  $D_1$  est aléatoire
- Risque économique pour le prêteur :
  - Baisse de la valeur économique des actifs  $A_1$
  - Notamment si  $E_0 \ll D_0$  (insuffisance de fonds propres)
  - Le prêteur ne reçoit qu'une fraction du montant promis

31

## Actions et prêts : droits de propriété



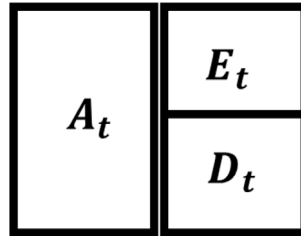
- Du côté des actionnaires...
- Si faillite,  $A_1 < D_0(1 + i)$ 
  - Les actionnaires ne récupèrent rien :  $E_1 = 0$
  - ... mais ils n'ont pas à payer
  - Principe de responsabilité limitée des actionnaires
- Si tout va bien :  $A_1 > D_0(1 + i)$ 
  - Les actionnaires récupèrent les « droits résiduels »
  - Valeur de l'actif après remboursement des prêteurs  $E_1 = A_1 - D_0(1 + i)$
- Au total, les actionnaires récupèrent  $E_1 = \max(0, A_1 - D_0(1 + i))$ 
  - Remarque : l'égalité  $A_1 = E_1 + D_1$  est bien vérifiée

32



## Actions et dettes : droits de propriété, bilan économique

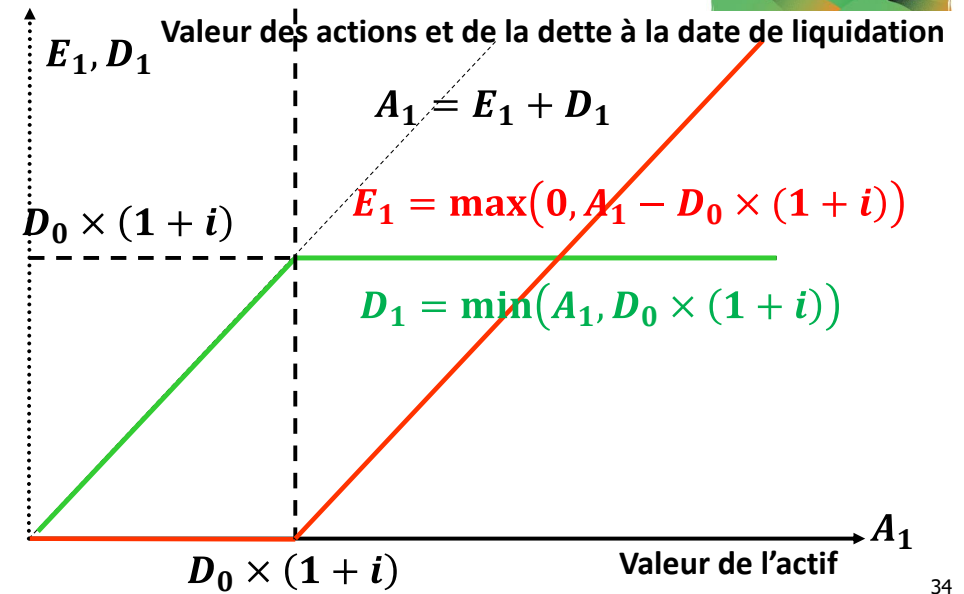
- Approche par les stocks (bilan)
  - $t = 0$  (date courante),  $t = 0$  (date future, de liquidation)
  - Modèle à une période future : statique



- $A_t = E_t + D_t$

33

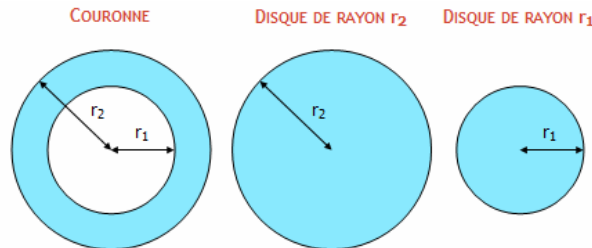
## Actions et prêts : droits de propriété



34

## Actions et dettes : bilan, droits de propriété

- Représentation géométrique
  - $A_1 = E_1 + D_1$
  - $A_1$  est égal à l'aire du grand disque,  $D_1$  l'aire du petit disque,  $E_1$  l'aire de la couronne

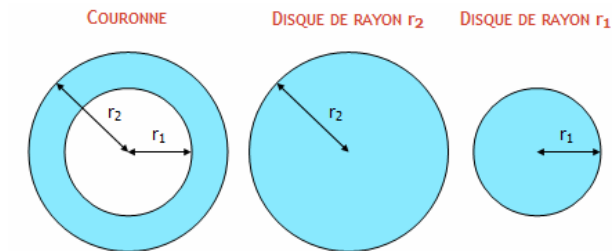


- Tant que  $A_1 > D_0 \times (1 + i)$ ,  $D_1 = D_0 \times (1 + i) =$  aire du disque intérieur (constante)
- Si  $A_1 \uparrow$ ,  $D_1/A_1 \downarrow$  et  $E_1/A_1 \uparrow$  : partage non linéaire de l'actif

35

## Actions et dettes : bilan, droits de propriété

- $A_1 = E_1 + D_1$
- $A_1 =$  aire du grand disque,  $D_1$  l'aire du petit disque,  $E_1$  l'aire de la couronne



- Si  $A_1 < D_0 \times (1 + i)$ ,  $D_1 = A_1$
- La couronne disparaît ( $E_1 = 0$ )
- $D_1/A_1 = 1$ , les créanciers deviennent les seuls propriétaires de l'actif

36

## Actions et prêts : droits de propriété

- Découpage non linéaire de la valeur de l'actif  $A_1$ 
  - $A_1 = E_1 + D_1$
  - Mais ni  $E_1$ , ni  $D_1$  ne sont proportionnels à  $A_1$
  - Absolute priority rule : les créanciers sont remboursés en priorité
  - S'il reste suffisamment d'actifs, les actionnaires récupèrent ce qu'il reste après remboursement des créanciers (residual claims)
- Contrôle des investissements (choix de l'actif  $A_1$ )
  - Tant que l'entreprise n'est pas en faillite, les actionnaires décident des investissements et de la gestion de l'entreprise
    - Via les assemblées générales d'actionnaires, le conseil d'administration et les « mandataires sociaux »
  - En cas de faillite, le contrôle de la gestion est transféré aux prêteurs
    - Nomination d'un administrateur provisoire
- Autres modes d'organisation: mutuelles, associés dans des cabinets d'avocats, ...

37

## Actions et prêts : droits de propriété

- Modèle de Merton
  - Aussi appelé modèle **structurel** de l'entreprise
  - Structurel car il part d'une représentation simplifiée du bilan et des **droits de propriété** des actionnaires et des créanciers
  - Et de la gestion de ces droits
  - On rembourse en priorité les créanciers
  - « **absolute priority rule** »
  - Ce qu'il reste de l'actif revient ensuite aux actionnaires
  - **Droits résiduels**
  - On considère ici un modèle simple, avec uniquement deux périodes

38

## Actions et prêts : droits de propriété

- Modèle de Merton : les limites de l'analyse
  - Un défaut d'une entreprise se traduit souvent par une restructuration plutôt qu'une liquidation
    - Restructuration implique un modèle à plusieurs périodes
  - Au cours de cette restructuration, un abandon partiel de créances peut être demandé aux prêteurs seniors
  - Les actionnaires peuvent être amenés à recapitaliser l'entreprise
    - Il peut s'agir d'anciens ou de nouveaux actionnaires
  - La valeur des anciennes actions n'est pas forcément ramenée à zéro
    - Les créanciers peuvent souhaiter que les anciens actionnaires restent présents au capital
    - Qu'ils participent à la recapitalisation
  - **Violation de l'absolute priority rule**

39

## Actions : droits de propriété

Myron Scholes &  
Fisher Black

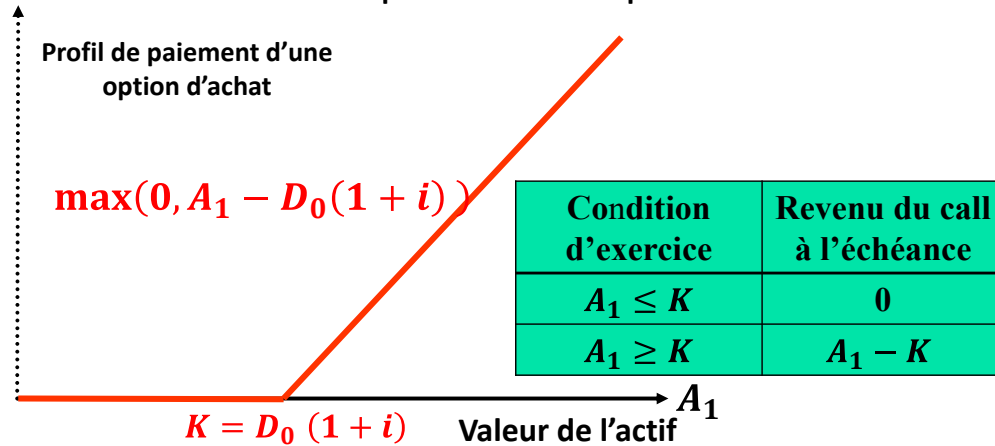


- Les actions sont une option d'achat (call)
  - Actif sous-jacent : les actifs de l'entreprise de valeur  $A_1$
  - Prix d'exercice : valeur contractuelle de la dette  $D_0(1 + i)$
  - Date d'exercice : date de liquidation de l'entreprise  $t = 1$
- Option d'achat :
  - droit (et non obligation) d'acheter un actif sous-jacent
  - à un prix convenu d'avance, le prix d'exercice
  - Et à une date convenue
- Si les actionnaires exercent l'option d'achat, ils reçoivent  $A_1 - D_0 \times (1 + i)$ 
  - Si l'option n'est pas exercée, ils reçoivent un cash-flow nul
  - Il ne vont exercer l'option que si  $A_1 - D_0 \times (1 + i) > 0$
  - Au total, ils reçoivent

40

## Actions : représentation graphique

Les actions sont une option d'achat, dont l'actif sous-jacent est l'actif de l'entreprise, le prix d'exercice la valeur contractuelle de remboursement de la dette et la date d'exercice la date de liquidation de l'entreprise



41

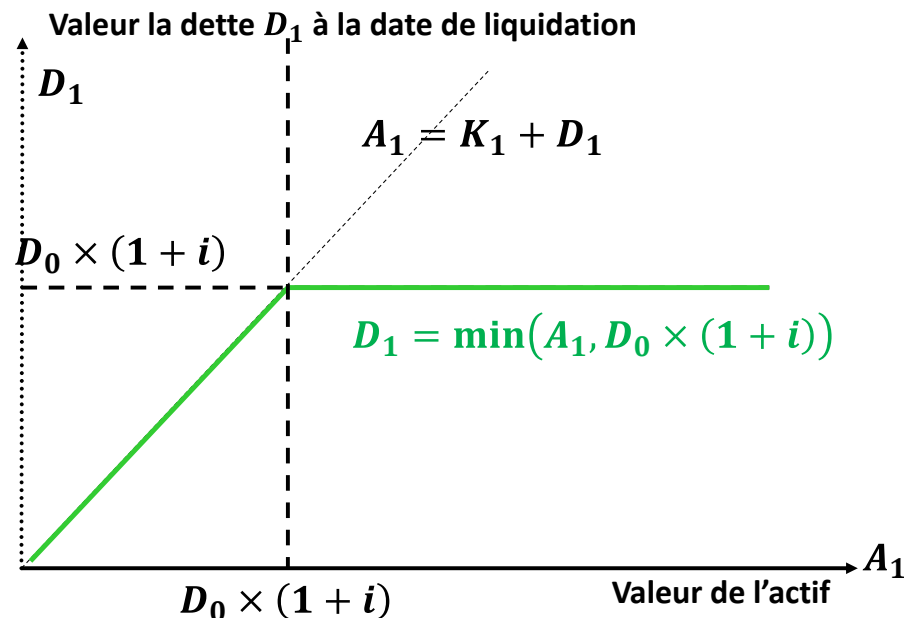
## Actions : droits de propriété



- Les actions sont une option d'achat (call)
  - Date d'exercice : en pratique, pour la plupart des entreprises, elles n'est pas déterminée à l'avance
  - Pour les actionnaires, elle est de préférence lointaine
  - Orienté les actionnaires vers des dettes de maturité longue avec des coupons faibles
    - Diminue les engagements à verser des flux aux créanciers
    - L'incapacité à faire face à des engagements de paiement (« failure to pay ») peut dans certains cas autoriser les créanciers à demander la liquidation de l'entreprise
    - Ce qui revient à obliger à forcer l'exercice de l'option
  - L'analyse précédente vaut « toutes choses égales par ailleurs »
  - En effet, les créanciers vont demander des taux d'intérêt (des TRI) plus élevés pour des dettes longues, à coupon nominal faible

42

## Actions : droits de propriété, représentation graphique



43

## Dettes risquées dans le modèle structurel



- Un titre de dette peut s'analyser comme la somme d'une dette sans risque de défaut et d'une vente d'une option de vente (put)
  - Il suffit d'analyser les paiements associés à la dette en  $t = 1$ 
    - $D_1 = \min(A_1, D_0 \times (1 + i))$
- Caractéristiques de l'option de vente
  - Actif sous-jacent : les actifs de l'entreprise de valeur  $A_1$
  - Prix d'exercice :  $D_0 \times (1 + i)$ 
    - $D_0 \times (1 + i)$  valeur contractuelle de remboursement de la dette
  - Date d'exercice : dans notre exemple à deux périodes, c'est la date de liquidation de l'entreprise  $t = 1$
  - Paiement lié à l'achat du put :  $\max(0, D_0 \times (1 + i) - A_1)$
- Caractéristique de la dette sans risque
  - Paiement de  $D_0 \times (1 + i)$
  - $\min(A_1, D_0 \times (1 + i)) = -\max(0, D_0 \times (1 + i) - A_1) + D_0 \times (1 + i)$

44



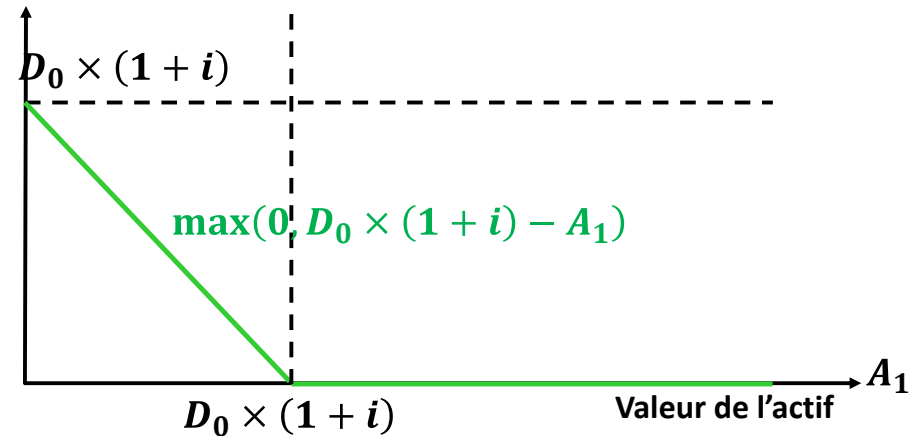
## Dette risquée dans le modèle structurel

- Un titre de dette peut s'analyser comme la somme d'une dette sans risque de défaut et d'une vente d'une option de vente
- $\min(A_1, D_0 \times (1 + i)) = -\max(0, D_0 \times (1 + i) - A_1) + D_0 \times (1 + i)$ 
  - Avant de prouver le résultat énoncé, revenons sur ...
  - paiement lié à l'achat du put :  $\max(0, D_0 \times (1 + i) - A_1)$ 
    - Si  $A_1 > D_0 \times (1 + i)$ , le paiement est nul (pas d'exercice du put)
    - Si  $A_1 \leq D_0 \times (1 + i)$ , paiement égal à  $D_0 \times (1 + i) - A_1$  (exercice du put)
    - Exemple numérique :  $D_0 = 100, i = 10\%, D_0 \times (1 + i) = 110$
    - $A_1 = 80, D_0 \times (1 + i) - A_1 = 110 - 80 = 30 > 0$ , paiement du put = 30
    - $A_1 = 120, D_0 \times (1 + i) - A_1 = 110 - 120 < 0$ , paiement du put = 0
- On peut montrer le résultat
  - De manière géométrique ou algébrique.

45

## Dette risquée dans le modèle structurel : approche géométrique

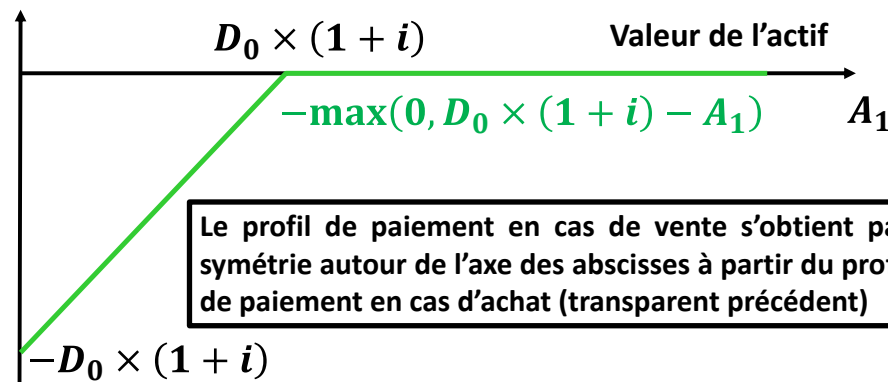
- Représentation graphique : profil de paiement de l'achat du put à l'échéance  $t = 1$



46

## Dette risquée dans le modèle structurel

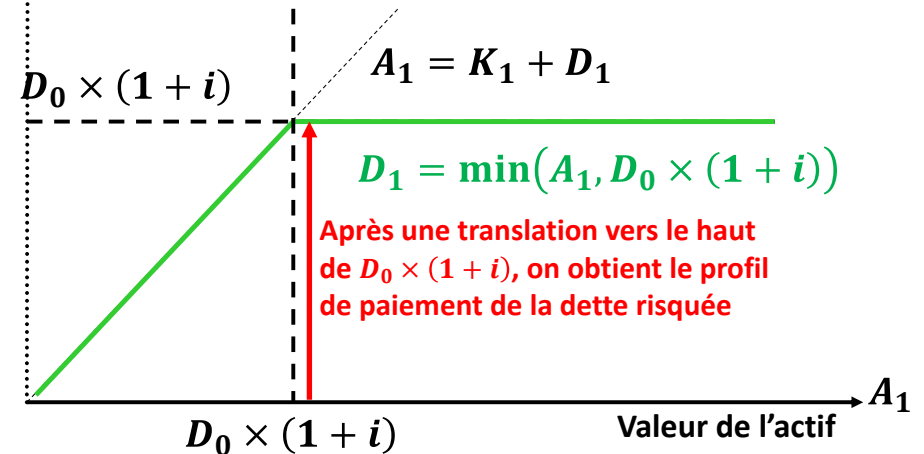
- Profil de paiement de la vente du put à l'échéance  $t = 1$



47

## Dette risquée dans le modèle structurel : approche géométrique

- Valeur la dette  $D_1$  à la date de liquidation
- Ajouter une quantité certaine (« sans risque »)  $D_0 \times (1 + i)$  au profil de risque du transparent précédent revient à le déplacer vers le haut de  $D_0 \times (1 + i)$



48

## Dettes risquées dans le modèle structurel : approche algébrique

- Un titre de dette risquée est la combinaison d'une dette sans risque de défaut et d'une vente d'une option de vente (suite)
- Paiement lié à la vente du put :  $-\max(0, D_0 \times (1 + i) - A_1)$ 
  - Pour  $x \in \mathbb{R}$ ,  $-\max(0, x) = \min(0, -x)$ 
    - En effet, si  $x > 0$ ,  $-\max(0, x) = -x = \min(0, -x)$
    - Si  $x \leq 0$ ,  $-\max(0, x) = 0 = \min(0, -x)$
  - $-\max(0, D_0 \times (1 + i) - A_1) = \min(0, D_0 \times (1 + i) - A_1)$
- Dette sans risque de défaut de taux nominal  $i$ 
  - Paiement associé en  $t = 1$  :  $D_0(1 + i)$
- Vente d'une option de vente + dette sans risque de défaut
  - $D_0(1 + i) + \min(0, A_1 - D_0(1 + i)) = \min(D_0(1 + i), A_1)$ 
    - Car pour  $a, x \in \mathbb{R}$ ,  $a + \min(0, x) = \min(a, a + x)$

49

## Dettes risquées dans le modèle structurel

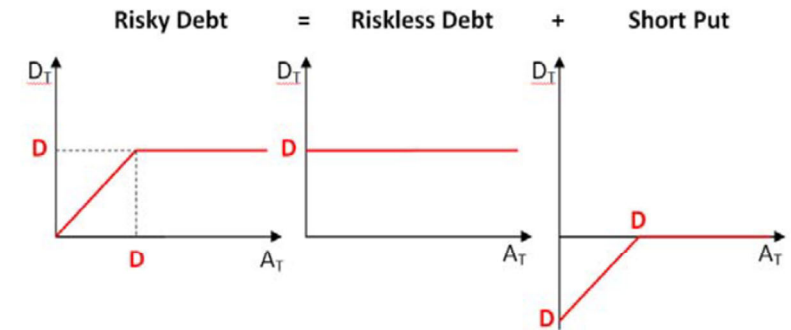
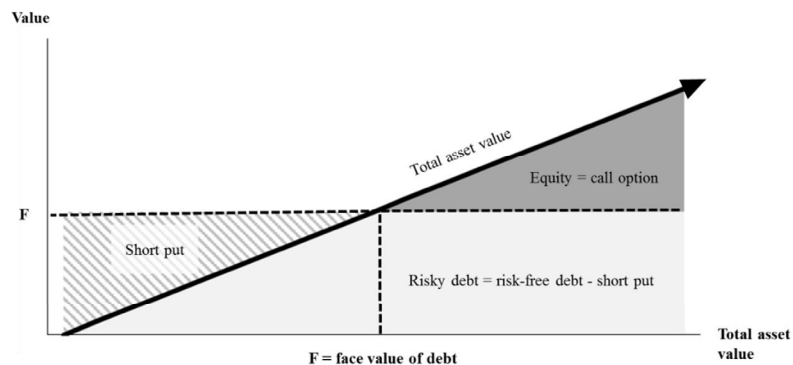


Fig. 3. Decomposition of debt value at the time T

50

## Modèle de Merton

- Actif de l'entreprise = action + dette (risquée)
- Action = long call sur l'actif (strike = face value of debt)
- Dette (risquée) = risk-free debt + short put



Graph 3: The basic concepts of the Merton (1974) model. Merton showed that the credit spread of debt could be determined from the equity value, due to the link between the equity call and the risky debt from put-call parity.

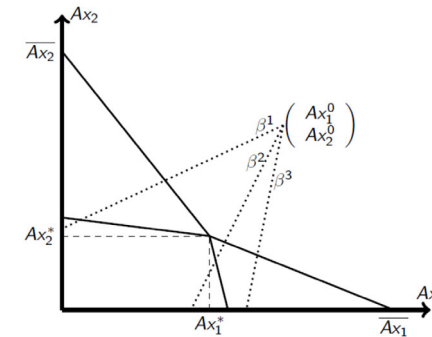
51

52

## Modèle structurel avec plusieurs entreprises

## Le modèle structurel avec plusieurs sociétés

- Exemple : deux banques ayant des participations croisées et des expositions via le crédit interbancaire
  - En abscisse la valeur des actifs de la banque 1, en ordonnée, idem pour la banque 2



Gourieroux, Héam & Monfort (2012). Bilateral exposures and systemic solvency risk. Canadian Journal of Economics.  
 Eisenberg & Noe (2001). Systemic risk in financial systems. Management Science.  
 Rogers & Veraart (2013). Failure and rescue in an interbank network. Management Science.

53

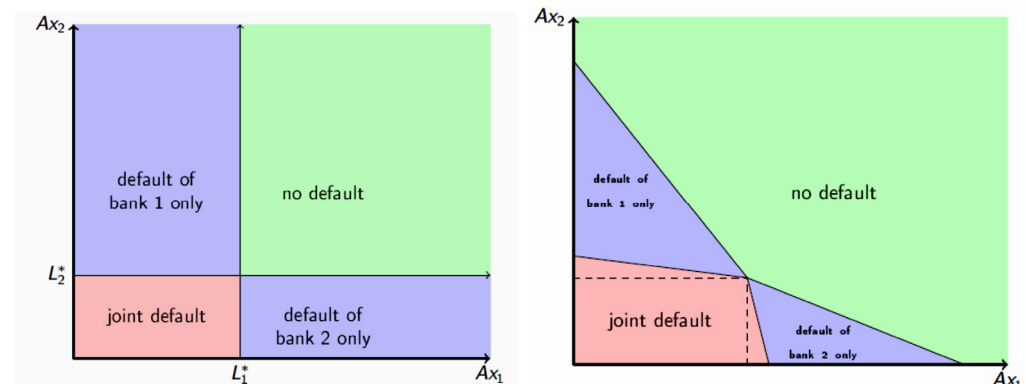
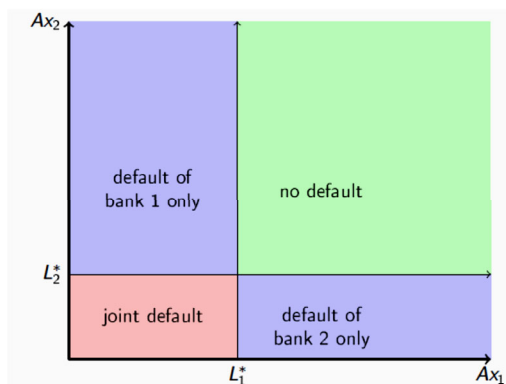
54

## Le modèle structurel avec plusieurs sociétés

## Le modèle structurel avec plusieurs sociétés

- En abscisse la valeur des actifs de la banque 1, en ordonnée, la valeur des actifs de la banque 2
- $L_1^*$ ,  $L_2^*$  correspondent à la valeur nominale des dettes à rembourser

- Avec des banques interconnectées
  - Agrandissement de la zone de non défaut : effet bénéfique, plus grande capacité du système bancaire à porter des risques
  - Agrandissement de la zone de défaut joint : plus grand risque systémique du fait de la contagion



- Ce graphique correspond à l'absence d'interconnexion (source Héam)

Source : J-C. Héam

55

56



### Le modèle structurel avec plusieurs entreprises

- On considère un réseau interbancaire ou un réseau d'affaires.
- On distingue les créances et les engagements auprès des membres du réseau

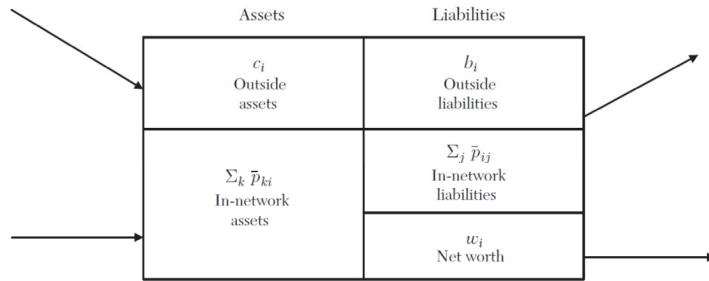
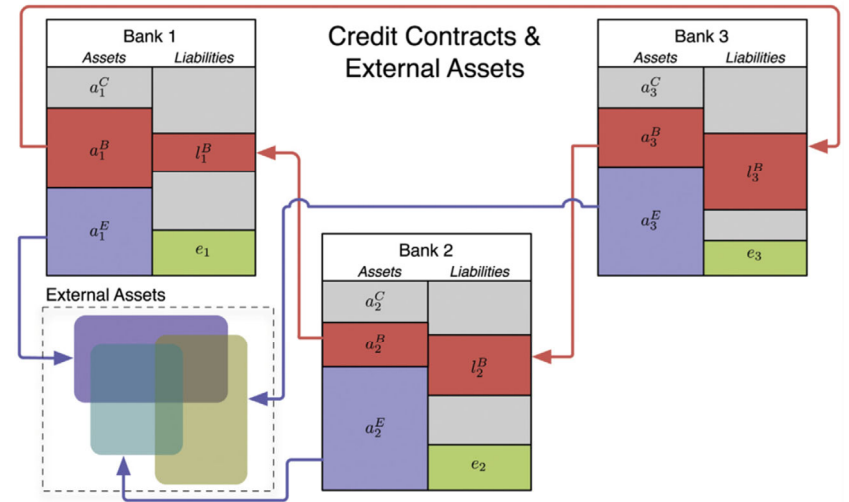


Figure 2. A Stylized Balance Sheet for Bank  $i$

- Glasserman & Young (2016). Contagion in financial networks. *Journal of Economic Literature*.

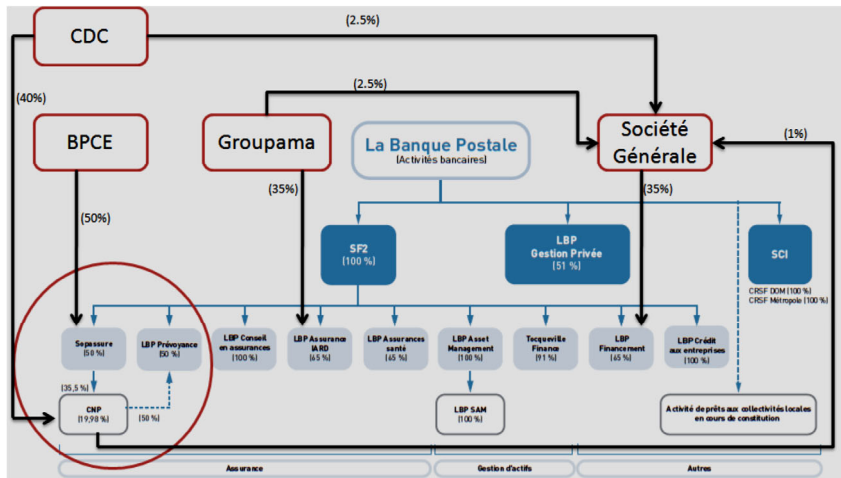
### Le modèle structurel avec trois entreprises



- Source : Roukny, Battiston & Stiglitz (2018). Interconnectedness as a source of uncertainty in systemic risk. *Journal of Financial Stability*.

### Le modèle structurel avec plusieurs sociétés

- Les sociétés peuvent avoir des participations croisées et se faire mutuellement des prêts
  - Groupe La Poste, SG, Groupama, CDC, CNP (au 31/12/2012)



### Le modèle structurel avec plusieurs entreprises

- Représentation schématique des engagements de paiement : il s'agit d'un (sous-)graphe orienté (et cyclique)

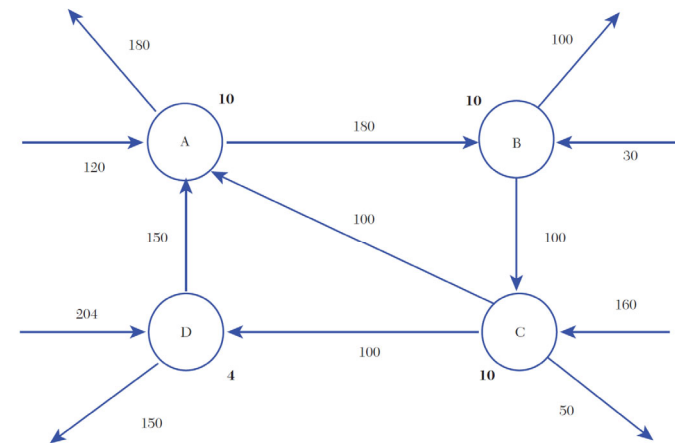
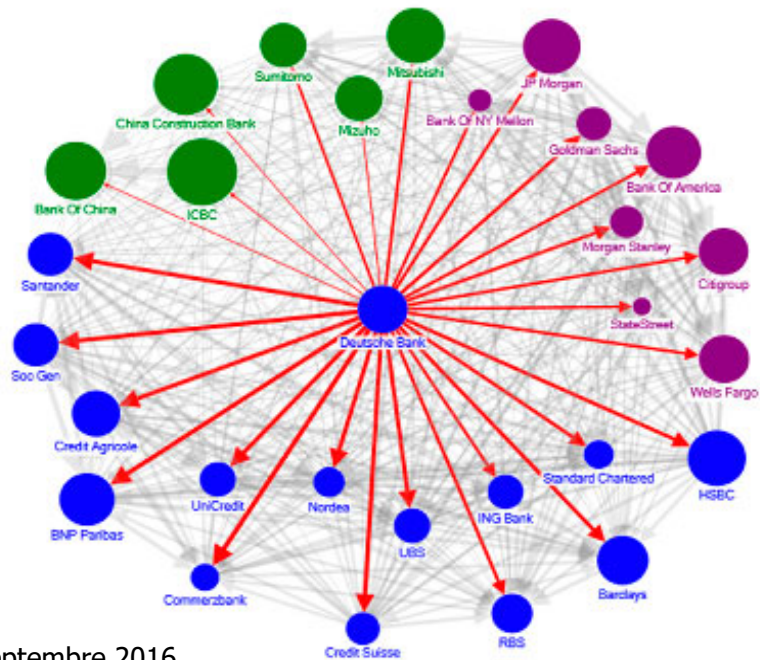


Figure 3. A Hypothetical Financial Network Showing Payments Due

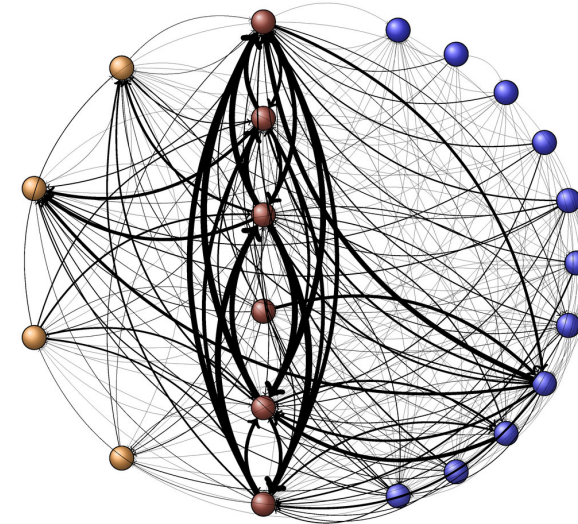
Figure 29. Interconnectedness between Deutsche Bank, Commerzbank, and GSIBs



27 septembre 2016

61

Analyses micro-prudentielles et macro-prudentielles (ou systémiques)



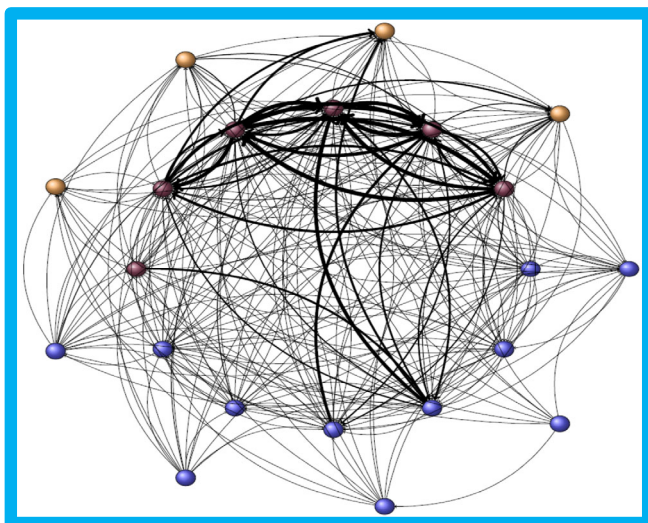
Risques de contrepartie et interconnexion dans le système financier français (source Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution). En rouge, les « bancassureurs », en bleu les assureurs, en jaune les banques pures, la flèche indique le sens de l'exposition.

62

Risques de contrepartie et interconnexion dans le système financier français (source Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution). En rouge, les « bancassureurs », en bleu les assureurs, en jaune les banques pures, la flèche indique le sens de l'exposition.

Source: Hauton and Héam (2014) et ACPR

Ces données sont accessibles aux superviseurs bancaires

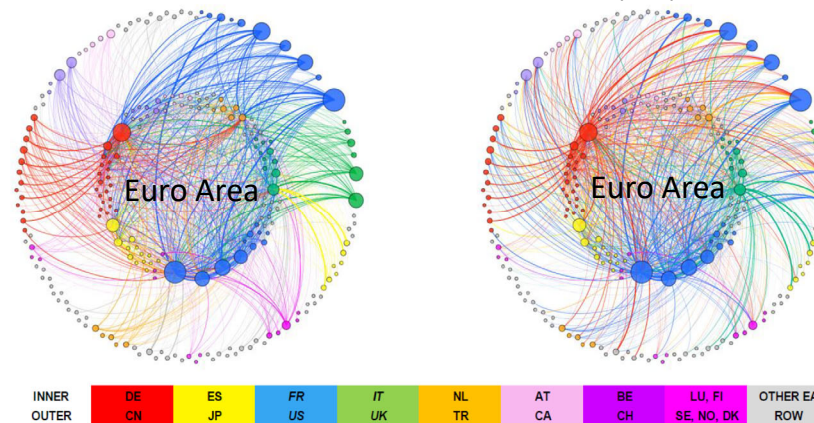


63

*Euro Area Interbank Network of Large Exposures*

Borrower perspective

Lender perspective



1738 « large exposures » : montant prêté  $\geq 10\%$  du capital ou  $\geq 300$  M€. Données BCE (FINREP/COREP) portant sur 1380 milliards d'euros soit 80% des expositions entre 199 groupes bancaires. Source : *Contagion Risk in the Euro Area Interbank Network*. Covi, Gorpe & Kok.

64

## Modèle structurel et probabilité de défaut

65

## Le modèle structurel avec une entreprise : formalisation

- Le modèle structurel de l'entreprise permet d'obtenir des expressions des probabilités de défaut, liées aux caractéristiques de l'entreprise
  - *Levier d'endettement,*
  - *Volatilité des actifs*
- Pour cela, il faut faire des hypothèses sur la loi de probabilité des actifs
  - *On suppose souvent que la rentabilité de l'actif suit une loi normale*
- Quelques transparents à la fin de cette section parlent du lien entre loi normale, sa simulation et la loi binomiale.
  - *Ancien programme de TS.*

66

## Le modèle structurel avec une entreprise



Le livre de Jean-Pierre Lecoutre est disponible en ligne : se connecter via ENT/Domino, choisir la base ScholarVox, rechercher Jean-Pierre Lecoutre <http://univ.scholarvox.com/catalog/book/docid/88870385>

JEAN-PIERRE LECOUTRE  
**STATISTIQUE  
ET PROBABILITÉS**

7<sup>e</sup> édition

► Cours complet  
► De nombreuses applications  
► 116 exercices progressifs  
avec leurs corrigés détaillés

DUNOD



**Loi normale : pages 81 - 87**

67

## Le modèle structurel avec une entreprise

- Soit  $U$  une variable aléatoire. On dit que  $U$  suit une loi normale (centrée réduite) si
- $P(U < x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-u^2/2} du$ , pour tout  $x \in \mathbb{R}$
- $u \in \mathbb{R} \rightarrow \varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2}$  est appelée fonction de densité de la loi normale
  - *Remarque :  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-u^2/2} du = 1$*
- $x \in \mathbb{R} \rightarrow \Phi(x) = P(U < x)$  est appelée fonction de répartition de la loi normale.
- Propriétés :  $E[U] = 0$ ,  $E[U^2] = 1$

68



## Le modèle structurel avec une entreprise

- Dans le modèle structurel, la valeur de l'actif à la date future (notée) 1 est une variable aléatoire.
- On retient souvent la loi log-normale:  $\ln\left(\frac{A_1}{A_0}\right) = \mu_A + \sigma_A U$ , où  $U$  est une variable aléatoire gaussienne centrée (d'espérance nulle) réduite (d'écart-type égal à 1).
- $\ln\left(\frac{A_1}{A_0}\right)$  est la rentabilité géométrique de la valeur des actifs entre les dates 0 et 1
- $\mu_A$  et  $\sigma_A$  sont des paramètres relatifs à la profitabilité et au risque des actifs

69

## Le modèle structurel avec une entreprise

- $E[\ln(A_1/A_0)] = \mu_A$ , plus  $\mu_A$  est élevé, plus la profitabilité de l'entreprise est élevée
- L'écart-type de la rentabilité géométrique est  $\sigma_A$ . Plus  $\sigma_A$  est élevé, plus le risque des actifs est élevé.
- Événement de défaut  $\{A_1 < D_0 \times (1 + i)\}$ , soit  $\{\mu_A + \sigma_A U < \ln(D_0(1 + i)/A_0)\}$
- Probabilité de défaut :  $P\left(U < \frac{\ln(D_0(1+i)/A_0) - \mu_A}{\sigma_A}\right) = \Phi\left(\frac{\ln(D_0(1+i)/A_0) - \mu_A}{\sigma_A}\right)$  où  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-u^2/2} du$ ,
  - $\Phi$  fonction de répartition de la loi normale centrée réduite :  $\Phi(x) = P(U < x)$

70

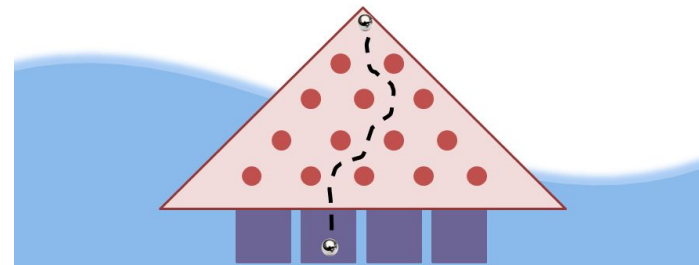
## Le modèle structurel avec une entreprise

- La probabilité de défaut augmente quand  $i$  augmente (« hold-up » des créanciers)
- La probabilité de défaut diminue si le levier d'endettement  $\frac{D_0}{A_0}$  diminue
- La probabilité de défaut diminue si le taux de rentabilité espéré  $\mu_A$  augmente
- Supposons  $\ln\left(\frac{D_0(1+i)}{A_0}\right) - \mu_A < 0$ , alors la probabilité de défaut est  $\leq 50\%$  et elle augmente si le niveau de risque des actifs  $\sigma_A$  augmente

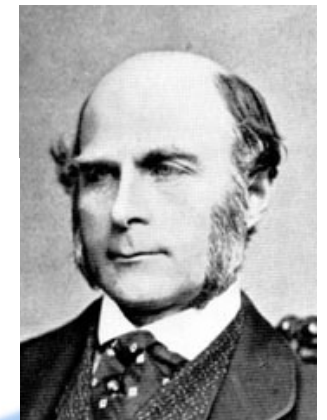
71

La planche de Galton (bean machine)

The Galton box consists of pegs arranged in a triangular pattern.



Balls (or beans) are dropped from the top of the board, bounce among the pegs, and collect in bins at the bottom.



Francis Galton

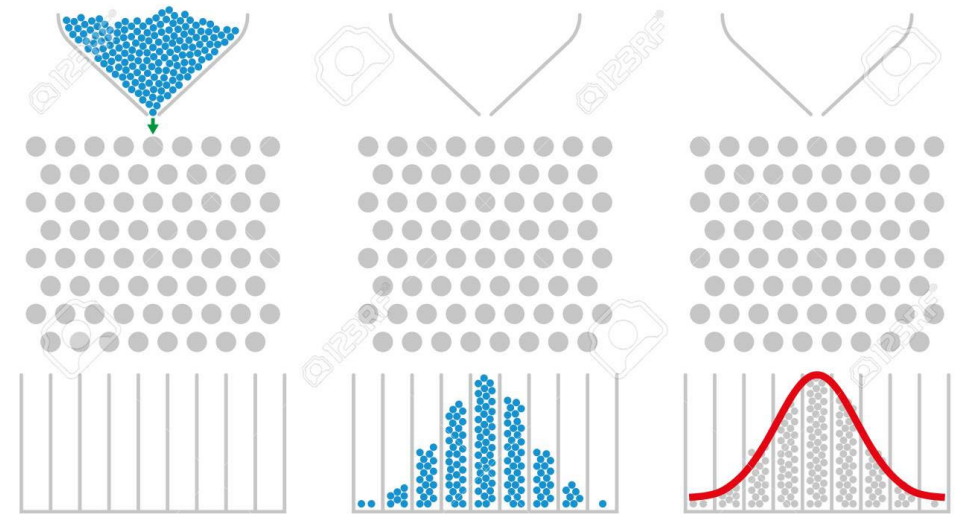
72

## La planche de Galton (bean machine)



73

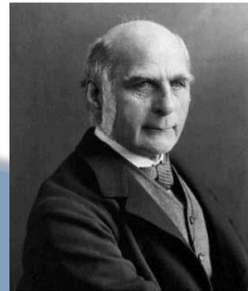
## La planche de Galton (bean machine)



74

## The Galton board

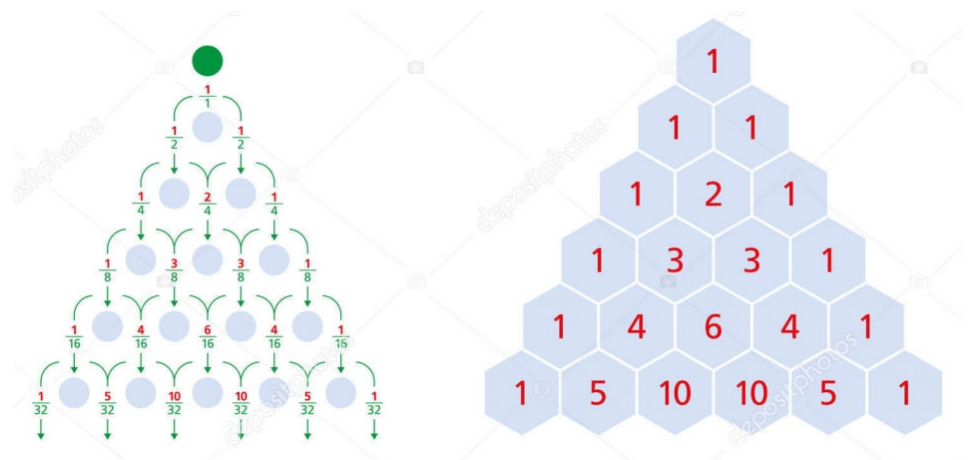
The **Galton board** (or **Quincunx**) was devised by **Sir Francis Galton** to physically demonstrate the relationship between the **binomial** and **normal distributions**.



Théorème de de Moivre-Laplace : Si  $X_n$  suit une loi binomiale d'ordre  $n$  de paramètre  $p$ , alors  $Z_n = \frac{X_n - np}{\sqrt{np(1-p)}}$  converge en loi vers une loi normale centrée réduite (cas particulier du théorème de la limite centrale).

75

## Planche de Galton, distribution binomiale et triangle de Pascal



76

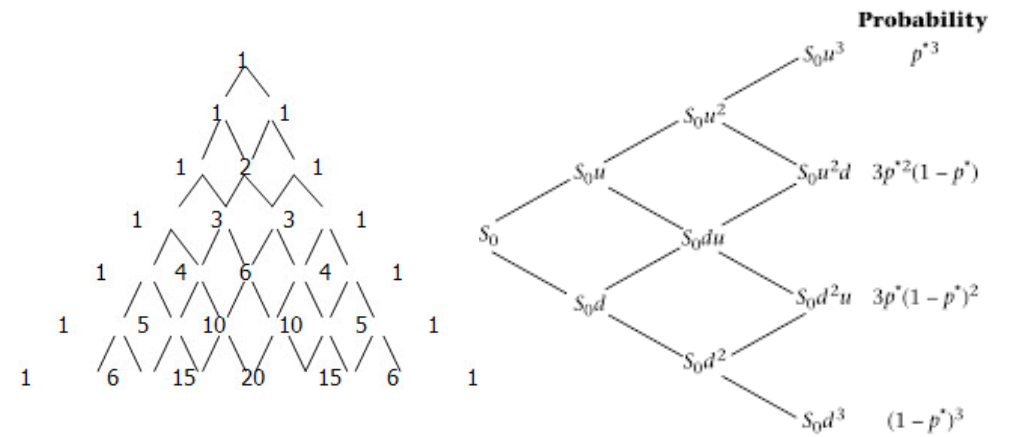
## Pascal's Triangle – the counting shortcut

- sum of each row is a power of 2

■ 1	■ $1 = 2^0$
■ 1 1	■ $2 = 2^1$
■ 1 2 1	■ $4 = 2^2$
■ 1 3 3 1	■ $8 = 2^3$
■ 1 4 6 4 1	■ $16 = 2^4$
■ 1 5 10 10 5 1	■ $32 = 2^5$
■ 1 6 15 20 15 6 1	■ $64 = 2^6$

77

## Triangle de Pascal et arbre binomial

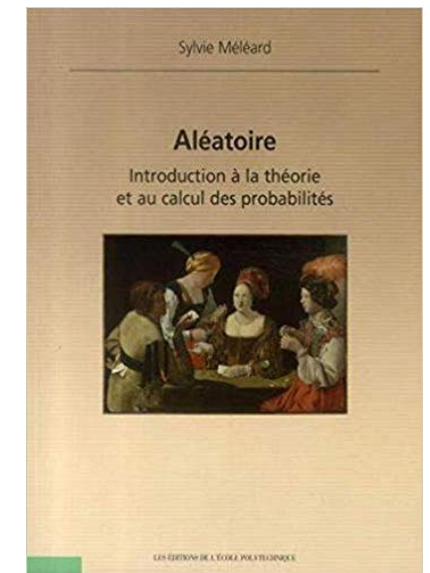
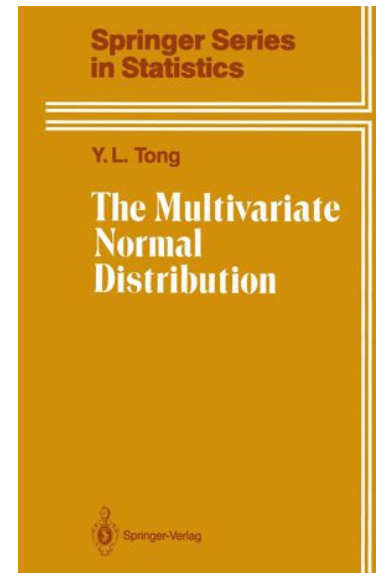


78

## Triangle de Pascal et probabilités de gain en Bourse pour une marche aléatoire

Tosses	Possible Results (Grouped)	Pascal's Triangle
1	H T	1, 1
2	HH HT TH TT	1, 2, 1
3	HHH HHT, HTH, THH HTT, THT, TTH TTT	1, 3, 3, 1
4	HHHH HHHT, HHHT, HTHH, THHH HHTT, HTHT, HTTH, THHT, THTH, TTHH HTTT, THTT, TTHT, TTTH TTTT	1, 4, 6, 4, 1
	... etc ...	

79



<https://fr.coursera.org/learn/probabilites-1#about>

80