

## Magistère de Finance première année

Examen du 18 janvier 2023

Théorie économique et politique monétaire : Durée 1 h30

### Exercice 1 : Renégociation de crédit

Le taux sans risque est  $r_f = 5\%$ , le taux nominal de la dette est donné par  $i = 30\%$  et son montant à la date courante de 100. Les actionnaires disposent de 100 en caisse qu'ils peuvent conserver sous forme d'actifs de trésorerie (supposés ici rapporter le taux sans risque) ou investir dans un projet qui demande plus d'implication de leur part et dont les caractéristiques sont les suivantes : valeur d'actif à la date 1 égale à 126 avec une probabilité  $\frac{1}{2}$ , valeur d'actif à la date 1 égale à 105 avec une probabilité  $\frac{1}{2}$ , bêta du projet nul.

- Rappeler le problème du surplomb de la dette.
- Les actionnaires ont l'idée de proposer une renégociation de dette. Quels sont les taux d'intérêt compatibles avec le processus de renégociation ? Quelle est la stratégie optimale des actionnaires ? Quel risque subissent-ils alors ?

### Exercice 2 : Actifs contingents

On considère un actif, de prix aujourd'hui égal à 100, pouvant prendre deux valeurs à la date future,  $A_1 = 90$  (état bas) avec la probabilité 0,3 et  $A_1 = 120$  (état haut) avec la probabilité 0,7. On suppose également qu'il existe un placement sans risque. Pour simplifier les écritures, on supposera que le taux d'intérêt de ce placement sans risque est nul (0%). Un investissement de 100 dans le placement sans risque rapporte donc 100 à la date future, que l'on soit dans l'état haut ou dans l'état bas.

- On considère un paiement contingent à l'état haut : paiement de 1 si  $A_1 = 120$  et de 0 si  $A_1 = 90$ . Constituer un portefeuille constitué de l'actif précédent et du placement sans risque qui duplique le paiement de l'actif contingent à l'état haut. Est-ce que portefeuille dupliquant dépend du prix de l'actif ou du taux sans risque ? En déduire le prix de l'actif contingent à l'état haut. Indiquez si l'on est amené à emprunter de l'argent ou à vendre à découvert l'actif, car ces opérations peuvent être contraintes par la réglementation ou la difficulté de l'accès à la liquidité.
- Mêmes questions pour l'actif contingent à l'état bas.
- Quelle est la somme des prix des deux actifs précédents ? Pourquoi ? Quelle interprétation mathématique pouvez-vous donner aux prix des deux actifs contingents ?

### Exercice 3 : marchés complets, opportunités d'arbitrage

On considère un marché financier avec trois états. L'actif sous-jacent prend les valeurs 0, 1, 2. Son prix à la date initiale est noté  $S$ . Il existe une option d'achat de prix d'exercice 1 ; son prix est noté  $C$ . Il existe également un actif sans risque ; le taux sans risque est noté  $r_f$  et le prix de l'actif dans risque est noté  $P = \frac{1}{1+r_f}$ .

- Le marché ainsi constitué est-il toujours complet ?
- Pourquoi (oui ou non) ?
- Ecrire des ou les conditions pour que le marché précédent soit exempt d'opportunités d'arbitrage.
- Pouvez-vous décrire géométriquement l'ensemble des prix  $(S, C, P)$  tels qu'il n'y ait pas d'opportunité d'arbitrage ?

### Exercice 4 : dette dans le cadre du modèle structurel de Merton

- Comment peut-on décomposer une dette risquée à partir de puts sur l'actif de l'entreprise et d'actif sans risque ?
- Montrer que, toutes choses égales par ailleurs, le profit du prêteur augmente avec le taux d'intérêt nominal. On donnera une démonstration graphique et une démonstration analytique.
- Montrer que la fonction de profit du prêteur est concave en fonction du taux d'intérêt nominal. On pourra supposer que la fonction de profit est continuellement dérivable par rapport au taux d'intérêt nominal.
- Etablir les niveaux du profit dans les cas extrêmes.