Université Paris 1 Panthéon – Sorbonne **École de Management de la Sorbonne**

Magistère de Finance première année

Examen du 15 mai 2023
Théorie économique et politique monétaire : Durée 1 h30
Smartphones, tablettes, microordinateurs et notes de cours non autorisés

Exercice 1 : réduction des loteries composées

On considère les loteries (étudiées en cours) représentées par :

p_2 :	2 400 avec prob 0,34 0 avec prob 0,66
q_2 :	2 500 avec prob 0,33 0 avec prob 0,67

Et par :

	1	$2-34$	$35-100$
q_2	0	2500	**0**
p_2	2400	2400	**0**

1) Montrer que ces deux loteries sont stochastiquement équivalentes. On supposera par la suite que l'axiome de réduction des loteries composées est valide.
2) Considérons la loterie associée au second tableau. Expliciter comment le STP de Savage permet de simplifier l'analyse.
3) Représenter la loterie associée au tableau 2 sous la forme d'une loterie composée.
4) En supposant qu'il y a préférence pour la sécurité au voisinage de la certitude, expliquer quelle loterie doit être préférée.

Exercice 2 : Indépendance conditionnelle et non conditionnelle ; indépendance mutuelle (jointe).

L'analyse des problématiques d'équité et le paradoxe de Simpson font intervenir au moins trois variables (par exemple, genre, réussite à un concours, type du concours). On peut illustrer la problématique à partir de l'exercice de probabilité suivant. On lance consécutivement deux dés identiques et équilibrés.

- A : le premier chiffre est pair
- B : le deuxième chiffre est impair
- C : la somme des deux chiffres est paire

1) Calculer $P(A), P(B), P(C), P(A\cap B), P(A\cap C), P(B\cap C)$
2) A, B, C sont-ils deux à deux indépendants ?
3) Relier $P(A\cap B), P(A)$ et $P(B)$
4) Supposons A, B, C sont-ils mutuellement indépendants. Montrer qu'alors $P(A\cap B|C) = P(A|C)\times P(B|C)$.
5) Calculer $P(A\cap B|C)$. En déduire qu'il n'y a pas indépendance mutuelle.
6) Conclure qu'indépendance conditionnelle et non conditionnelle ne sont pas équivalentes.

Exercice 3 : Représentation de paris

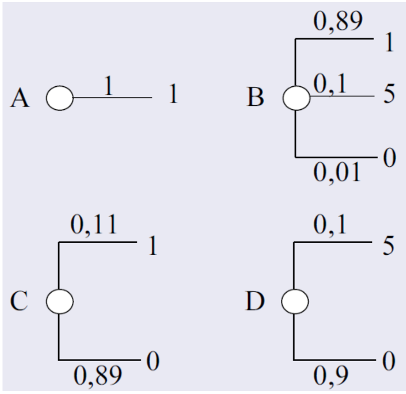
On considère deux loteries $R = (r_1, r_2, r_3), Q = (q_1, q_2, q_3)$ représentées par leur coordonnées (r_1, r_3) et (q_1, q_3) dans le triangle de Machina. Déterminer et représenter graphiquement dans le triangle de Machina l'ensemble des loteries $\{\alpha R + (1-\alpha)Q, \alpha \in [0,1]\}$.

Exercice 4 : courbes d'iso-utilité dans le triangle de Machina

On considère trois états, les utilités associées à ces trois états sont $u_1 = 0, u_2 = 2, u_3 = 3$.

1) Donner les équations associées aux courbes d'iso-utilité dans le système de coordonnées de Machina
2) Représenter graphiquement les courbes d'iso-utilité dans le triangle de Machina ?

Exercice 5 : Espérance d'utilité, axiome d'indépendance et paradoxe d'Allais



1) On considère les quatre loteries précédentes. On suppose que A est préféré à B (préférence pour la sécurité au voisinage de la certitude) et que D est préféré à C (plaisir attaché au risque). Montrer que ces choix ne sont pas compatibles avec la règle de l'utilité espérée.
2) On considère les loteries suivantes :

- *R : loterie qui rapporte 1 avec certitude,*
- *P : loterie qui rapporte 5 avec probabilité $\frac{10}{11}$ et 0 avec probabilité $\frac{1}{11}$*
- *V : loterie qui rapporte 0 avec certitude*

a. Ecrire A et B comme des loteries composées à partir de R et P
b. Supposons $R \succ P$. Déduire de l'axiome d'indépendance une relation de préférence entre A et B
c. Ecrire C et D comme des loteries composées à partir de V, R et P
d. Supposons $R \succ P$. Déduire de l'axiome d'indépendance une relation de préférence entre C et D
e. Conclure que les relations de préférence $A \succ B$ et $D \succ C$ ne sont pas compatibles avec l'axiome d'indépendance