

Magistère de Finance première année

Examen du 5 mai 2017

Théorie économique et politique monétaire

Durée 1 h30

Smartphones, tablettes, microordinateurs et notes de cours non autorisés

Exercice 1 : Effet cliquet (rémunération incitative sur deux périodes)

- 1) Le principal observe $e_1 + x_1$ à la période 1, où e_1 est l'effort de l'agent à la date 1 et x_1 un bruit. Le schéma de rémunération de l'agent à la première période est de la forme $w_1 = \alpha_1 + \beta_1(e_1 + x_1)$. Le coût de l'effort pour l'agent est $C(e)$ où C est une fonction croissante convexe : $C'(e) > 0, C''(e) > 0$. On se place également dans le cadre du cours pour ce qui est des autres hypothèses, par exemple les préférences moyenne-variance de l'agent.
 - a. Rappeler la contrainte d'incitation de l'agent.
 - b. Rappeler le niveau de l'incitation optimale en fonction des différentes caractéristiques du problème.
- 2) A la période 2, le principal observe en outre $e_2 + x_2$ où e_2 est l'effort de l'agent à la date 2. Un nouveau contrat de type linéaire est alors négocié entre le principal et l'agent : ce contrat est une fonction affine des quantités observables $e_1 + x_1$ et $e_2 + x_2$; il prend la forme $w_2 = \alpha_2 + \beta_2(e_2 + x_2 - \gamma(e_1 + x_1))$. La fonction de coût de l'effort pour l'agent reste la même qu'à la période 1.
 - a. Utiliser le principe d'informativité pour écrire le niveau de l'incitation optimale.
 - b. Comparer β_2 et β_1, e_2 et e_1 .
- 3) Contrat à long terme. Le principal et l'agent négocient dès la date 0, un schéma de rémunération pour les deux périodes futures, de la forme $\alpha_1 + \beta_1(e_1 + x_1) + \alpha_2 + \beta_2(e_2 + x_2 - \gamma(e_1 + x_1))$. On suppose en outre que les variances de x_1 et de x_2 sont égales.
 - a. Reformuler la rémunération de l'agent pour isoler les termes $e_1 + x_1$ et $e_2 + x_2$
 - b. Partir de l'expression simplifiée précédente, écrire les contraintes d'incitation de l'agent, en déduire une relation entre les niveaux d'effort e_2 et e_1 . Comparer avec le cas précédent.
 - c. Discuter du problème de la renégociation et de la crédibilité des engagements à long terme entre des parties dans ce cas d'école.

Exercice 2 : Renégociation de crédit

On reprend l'exemple vu en cours, concernant le surplomb de la dette. Le taux sans risque est $R_f = 5\%$, le taux nominal de la dette est donné par $i = 30\%$ et son montant à la date courante de 100. Les actionnaires disposent de 100 en caisse qu'ils peuvent conserver sous forme d'actifs de trésorerie (supposés ici rapporter le taux sans risque) ou investir dans un projet qui demande plus d'implication de leur part et dont les caractéristiques sont les suivantes : valeur d'actif à la date 1 égale à 126 avec une probabilité $1/2$, valeur d'actif à la date 1 égale à 105 avec une probabilité $1/2$, beta du projet nul.

- a) Rappeler le problème du surplomb de la dette.
- b) Les actionnaires ont l'idée de proposer une renégociation de dette. Quels sont les taux d'intérêt compatibles avec le processus de renégociation ? Quelle est la stratégie optimale des actionnaires ? Quel risque subissent-ils alors ?

Exercice 3 : Actifs contingents et options

On considère un actif, de prix aujourd'hui égal à 100, pouvant prendre deux valeurs à la date future, $A_1 = 90$ (état bas) avec la probabilité 0,3 et $A_1 = 120$ (état haut) avec la probabilité 0,7. On suppose également qu'il existe un placement sans risque. Pour simplifier les écritures, on supposera que le taux d'intérêt de ce placement sans risque est nul (0%). Un investissement de 100 dans le placement sans risque rapporte donc 100 à la date future, que l'on soit dans l'état haut ou dans l'état bas.

- a) On considère un paiement contingent à l'état haut : paiement de 1 si $A_1 = 120$ et de 0 si $A_1 = 90$. Constituer un portefeuille constitué de l'actif précédent et du placement sans risque qui duplique le paiement de l'actif contingent à l'état haut. Est-ce que portefeuille dupliquant dépend du prix de l'actif ou du taux sans risque ? En déduire le prix de l'actif contingent à l'état haut. Indiquez si l'on est amené à emprunter de l'argent ou à vendre à découvert l'actif, car ces opérations peuvent être contraintes par la réglementation ou la difficulté de l'accès à la liquidité.
- b) Mêmes questions pour l'actif contingent à l'état bas.
- c) Quelle est la somme des prix des deux actifs précédents ? Pourquoi ? Quelle interprétation mathématique pouvez-vous donner aux prix des deux actifs contingents ?
- d) On considère une option d'achat sur l'actif précédent de prix d'exercice $K = 110$. Déterminer le prix aujourd'hui de cette option en utilisant la décomposition du payoff sur la base des actifs contingents.
- e) La probabilité que l'actif soit dans l'état bas est maintenant de 0,7 et celle d'être dans l'état haut de 0,3. En quoi cela change-t-il les réponses aux questions précédentes ?
- f) En économie et en finance, une tradition remontant à Frank Knight fait la différence entre risque et incertitude. Un espace probabilisé est le concept mathématique habituel pour appréhender le risque : on connaît les états de la nature futurs et leurs probabilités d'occurrence. A contrario, on parlera d'incertitude quand une quantification objective des probabilités est difficile. Si la méconnaissance s'étend aux états de la nature, on parle parfois d'incertitude radicale. Au vu des questions précédentes, est-ce que l'incertitude de Knight est un obstacle à l'échange de produits financiers risqués dans un marché complet ? Vous pourrez nuancer votre réponse en fonction des réponses aux questions suivantes.
- g) On va maintenant supposer que le prix de l'actif initial passe de 100 à 90. Les paiements à échéance sont inchangés. Qu'en est-il des stratégies de duplication des actifs contingent à l'état haut et à l'état bas ? Cherchez à déterminer les prix des actifs contingents à l'état haut et à l'état bas.
- h) Dans quelle situation peut-on trouver des opportunités d'arbitrage dans le marché précédent ?
- i) On considère maintenant des investisseurs dotées de préférences VNM (on suppose qu'il n'y a pas de phénomène de satiété) et qui constituent des portefeuilles. Dans quel cas la demande de l'actif contingent à l'état haut est infinie ? Est-ce que ceci est compatible avec un équilibre sur les marchés financiers ?
- j) Le prix de l'actif passe maintenant de 90 à 80. Peut-on parler d'opportunité d'arbitrage ? Explicitez votre réponse et mettez-la en perspective avec les questions précédentes.

Exercice 4 : vos lectures sur l'actualité de la régulation financière

Reprendre un élément de l'actualité de la régulation financière, par exemple les contraintes sur les modèles internes de risque de crédit, la règle Volcker, le fonctionnement du Comité de Bâle, le processus TRIM mené par le SSM, le retour du Glass-Steagall-Act.