

Magistère de Finance première année

**Examen du 5 mai 2014 (semestre 2)
Théorie économique et politique monétaire**

**Durée 1h30 (soyez précis et concis pour traiter toutes les questions)
Smartphones, tablettes, microordinateurs et notes de cours non autorisés**

Exercice 1 : Incitations et rémunération

- a) Indiquez brièvement les problématiques d'incitation des agents multitâches et les remèdes envisagés.

Si on s'en remet au cours, il y a deux solutions au problème d'incitation. Soit un équilibre en coin, qui conduit l'agent à se consacrer exclusivement à une tâche et à délaisser complètement l'autre. Soit on applique le principe d'«equal compensation». Ceci a une conséquence négative quand l'un des efforts n'est que très imparfaitement observé. On est alors amené à pratiquer des incitations faibles et le problème d'aléa moral est d'autant plus important. Une solution envisageable est de spécialiser les agents en fonction des tâches.

- b) En ce qui concerne la rémunération des preneurs de risques financiers, indiquez quels points vont en faveur ou à l'encontre d'un plafonnement absolu ou relatif des bonus (par rapport au fixe).

Le plafonnement de la part variable est destiné à éviter les prises de risque excessives où un preneur de risque se retrouve de fait détenteur d'une option sur ses résultats. Il a également pour objectif une limitation des revenus qu'ils soient fixes ou variables. Ceci peut entraîner le départ de spécialistes compétents et talentueux vers d'autres secteurs de la finance, moins réglementés comme les hedge funds et nuire aux actionnaires. Pour certains, c'est une bonne chose car cela orientera davantage les jeunes talents vers d'autres secteurs de l'économie jugés comme plus utiles que la finance. L'augmentation de la part fixe ou les bonus différés fragilisent les entreprises financières quand les résultats diminuent.

Exercice 2 : Rémunération des dirigeants

On se place dans le cadre du modèle principal-agent étudié en cours. La rémunération d'un dirigeant comprend une partie fixe et une partie variable, sous la forme d'un paiement en actions.

- a) Si l'aversion vis-à-vis du risque du dirigeant est élevée, faut-il augmenter l'importance de la part de la rémunération payée en actions ?

Non

- b) Une volatilité des actions élevée conduit-elle à augmenter la part payée en actions ?

Non

Exercice 3 : Dette sécurisée

- a) Représenter graphiquement le profil de paiement (en fonction de la valeur économique de l'actif de l'entreprise) d'une dette sécurisée par une garantie externe donnée par les actionnaires aux créanciers. Comparez ce profil de paiement avec celui d'une dette non sécurisée.

Voir les transparents du cours

- b) Toutes autres choses égales par ailleurs, pensez-vous qu'une augmentation du coefficient de corrélation entre la valeur de l'actif de l'entreprise emprunteuse et celle de la garantie donnée par les actionnaires détériore la situation des créanciers ?

Non

Exercice 4 : Augmentation de risque

Dans l'analyse des coûts d'agence de l'endettement, nous avons été amenés à considérer les deux loteries équiprobables suivantes : (99, 121) et (88, 132). Montrer que la seconde loterie est plus risquée que la première au sens de Rothschild et Stiglitz. Vous pouvez utiliser l'une ou l'autre des trois caractérisations de l'augmentation de risque.

La concavité de la fonction d'utilité implique que $u(132) - u(121) \leq u(99) - u(88)$. D'où la relation d'ordre sur les espérances des fonctions d'utilité.

Exercice 5 : Principe de mutualité de Borch

On rappelle les conditions de Borch : $\frac{u'_n(w_n(s))}{u'_n(w_n(s'))} = \frac{u'_m(w_m(s))}{u'_m(w_m(s'))}$, $\forall n, m = 1, \dots, N$, $\forall s, s' = 1, \dots, S$ où $w_n(s)$ représente la richesse de l'agent n dans l'état de la nature s et u_n la fonction d'utilité de l'agent n

- a) Montrer que si $w_n(s) > w_n(s')$, alors $w_m(s) > w_m(s')$, $\forall m \in \{1, \dots, N\}$

Reprendre les transparents du cours et utiliser la décroissance des fonctions d'utilité marginales.

- b) On note $W(s) = \sum_{n=1}^N w_n(s)$ la richesse agrégée dans l'état s . Montrer alors que $W(s) > W(s')$.

Reprendre les transparents du cours. C'est un corollaire presque immédiat du a).

Exercice 6 : Actifs contingents et options

On considère un actif, de prix aujourd'hui égal à 100, pouvant prendre deux valeurs à la date future, $A_1 = 90$ (état bas) avec la probabilité 0,3 et $A_1 = 120$ (état haut) avec la probabilité 0,7. On suppose également qu'il existe un placement sans risque. Pour simplifier les écritures, on supposera que le taux d'intérêt de ce placement sans risque est nul (0%). Un investissement de 100 dans le placement sans risque rapporte donc 100 à la date future, que l'on soit dans l'état haut ou dans l'état bas.

- a) On considère un paiement contingent à l'état haut : paiement de 1 si $A_1 = 120$ et de 0 si $A_1 = 90$. Constituer un portefeuille constitué de l'actif précédent et du placement sans risque qui duplique le paiement de l'actif contingent à l'état haut. Est-ce que le portefeuille dupliquant dépend du prix de l'actif ou du taux sans risque ? En déduire le prix de l'actif contingent à l'état haut. Indiquez si l'on est amené à emprunter de l'argent ou à vendre à découvert l'actif, car ces opérations peuvent être contraintes par la réglementation ou la difficulté de l'accès à la liquidité.

$$\begin{cases} \alpha \times 120 + \beta \times 100 = 1 \\ \alpha \times 90 + \beta \times 100 = 0 \end{cases}$$

$\alpha = 1/30, \beta = -3/100$. Le portefeuille dupliquant ne dépend pas du prix de l'actif risqué ou du taux sans risque (si l'on considère que le taux sans risque agit sur le montant placé initialement). Le prix de l'actif contingent à l'état haut est de $100/30 - 3$ soit environ 0,33. On doit emprunter au taux sans risque.

b) Mêmes questions pour l'actif contingent à l'état bas.

$$\begin{cases} \alpha \times 120 + \beta \times 100 = 0 \\ \alpha \times 90 + \beta \times 100 = 1 \end{cases}$$

$\alpha = -1/30, \beta = 4/100$. $\alpha = -1/30, \beta = 4/100$ Il faut vendre à découvert l'actif risqué. Le prix est de $-100/30 + 4 = 2/3$

c) Quelle est la somme des prix des deux actifs précédents ? Pourquoi ? Quelle interprétation mathématique pouvez-vous donner aux prix des deux actifs contingents ?

La somme des prix est égale à un. On reconstitue en effet un placement sans risque. Les deux prix contingents peuvent s'interpréter comme des probabilités (le taux de l'actif sans risque est nul. Les prix des actifs contingents s'assimilent à des probabilités.

d) On considère une option d'achat sur l'actif précédent de prix d'exercice $K = 110$. Déterminer le prix aujourd'hui de cette option en utilisant la décomposition du payoff sur la base des actifs contingents.

Il suffit d'acheter 10 actifs contingents à l'état haut. La prime de l'option est donc égale à 3,33 euros.

e) La probabilité que l'actif soit dans l'état bas est maintenant de 0,7 et celle d'être dans l'état haut de 0,3. En quoi cela change-t-il les réponses aux questions précédentes ?

Rien

f) En économie et en finance, une tradition remontant à Frank Knight fait la différence entre risque et incertitude. Un espace probabilisé est le concept mathématique habituel pour appréhender le risque : on connaît les états de la nature futurs et leurs probabilités d'occurrence (soit par la nature du jeu de hasard où elles sont données a priori ou quand l'inférence statistique est possible). A contrario, on parlera d'incertitude quand une quantification objective des probabilités est difficile. Si la méconnaissance s'étend aux états de la nature, on parle parfois d'incertitude radicale. Au vu des questions précédentes, est-ce que l'incertitude de Knight est un obstacle à l'échange de produits financiers risqués dans un marché complet ? Vous pourrez nuancer votre réponse en fonction des réponses aux questions suivantes.

L'incertitude de Knight n'est pas un obstacle à l'échange de produits financiers risqués dans un marché complet à condition que les agents accordent des probabilités positives aux états de la nature.

- g) On va maintenant supposer que le prix de l'actif initial passe de 100 à 90. Les paiements à échéance sont inchangés. Qu'en est-il des stratégies de duplication des actifs contingent à l'état haut et à l'état bas ? Cherchez à déterminer les prix des actifs contingents à l'état haut et à l'état bas.

Les stratégies de duplication ne changent pas. Le prix de duplication de l'actif contingent à l'état haut est nul ! Celui de l'actif contingent à l'état bas est donc de 1.

- h) On considère maintenant des investisseurs dotées de préférences VNM (on suppose qu'il n'y a pas de phénomène de satiété) et qui constituent des portefeuilles. Dans quel cas la demande de l'actif contingent à l'état haut est infinie ? Est-ce que ceci est compatible avec un équilibre sur les marchés financiers ?

Dans le cas précédent, la demande en actif contingent à l'état haut est infinie. Ce n'est pas compatible avec un équilibre sur les marchés financiers.

- i) Dans quelle situation précise peut-on trouver des opportunités d'arbitrage dans le marché précédent ?

Dès lors que la probabilité de l'état haut est non nulle.

- j) Le prix de l'actif passe maintenant de 90 à 80. Peut-on parler d'opportunité d'arbitrage ? Explicitez votre réponse et mettez-là en perspective avec la question précédente.

On peut alors acheter l'actif contingent à l'état haut pour un prix de -3,33 euros, ce qui est toujours une opportunité d'arbitrage.

Exercice 5 : primes de risque

Commentez ce tableau présenté en cours en liaison avec la détermination des primes de risque dans un modèle d'équilibre général des marchés financiers.

	OAS spread	Expected loss	Ratio	
AAA	64	0.2	355	64
AA	71	1.4	33.8	70
A	103	2.8	15.5	100
BBB	171	20.1	8.3	151
BB	364	126.7	4.4	238

Voir le cours !

Exercice 6 : butterfly spread

Trois options de vente sur une action ont la même date d'échéance et des prix d'exercice de 55 €, 60 € et 65 €. Leurs primes sont respectivement de 3 €, 5 € et 8 €.

- a) Expliquez de quelle manière réaliser un butterfly spread.

On achète un put de prix d'exercice 65 €, on vend deux puts de prix d'exercice 60 €, et on achète un put de prix d'exercice 55 €.

- b) Construisez un tableau présentant les bénéfices de cette stratégie.

Faire le graphique ou donner le tableau identique à celui vu en cours. Il faut prendre en compte l'effet des primes. Soit ici un décaissement de 1 euro.

- c) Pour quelles valeurs de l'action le butterfly spread entraînera-t-il une perte ?

En deçà de 55,5 euros et au-delà de 64,5 euros.

Exercice 7 : Taux d'intérêt et risque

On considère deux entreprises. La valeur de la première entreprise à la date future (de liquidation) est notée A_1 . La valeur de l'actif de la seconde entreprise est notée A_1^* . On suppose que l'actif de cette seconde entreprise est plus risqué au sens de Rothschild et Stiglitz : $A_1 > A_1^*$. Ces deux entreprises ont emprunté à la date initiale le même montant D_0 .

- a) Représentez graphiquement la forme des courbes de profit des créanciers de ces deux entreprises $\Pi_D(i)$ et $\Pi_{D^*}(i)$ en fonction du taux d'intérêt nominal du crédit i . Vous supposerez que le crédit est toujours accepté par les entreprises et vous vous intéresserez aux valeurs limites correspondant à $i = -100\%$ et $i = +\infty$. Vous vous intéresserez également à la croissance ou à la décroissance du profit des créanciers en fonction du taux nominal et au positionnement relatif des deux courbes de profit.

Voir les transparents du cours.

- b) On suppose que le marché du crédit est concurrentiel : en déduire des conditions sur les taux de crédit obtenus par les deux entreprises que l'on notera i et i^* . En déduire une relation entre i et i^* .

Voir les transparents du cours.