



## **Magistère de Finance première année**

**Examen final du 19 avril 2013**

**Théorie économique (examen terminal)**

**Durée 1h30**

**Smartphones, tablettes, microordinateurs et notes de cours non autorisés**

### **Exercice 1 : Ouverture des marchés de biens et de capitaux**

Considérons deux biens produits et vendus dans des pays différents. En économie fermée, par exemple parce qu'il existe des frontières douanières, les deux marchés fonctionnent de manière autonome. Dans le cas des marchés d'actions, par exemple pour les entreprises chinoises, il peut exister un marché « on-shore » où seuls les investisseurs résidents peuvent acheter et vendre des actions d'une société et un marché « off-shore » pour les actions de la même entreprise, mais réservé aux investisseurs non-résidents.

Les règles de l'OMC et la tendance à la libéralisation des mouvements de capitaux vont dans le sens de la disparition de ces frontières économiques et d'une plus grande intégration financière.

- a) Dans l'exercice de simulation de marchés boursiers, les vendeurs des deux marchés étaient gagnants, ainsi que les acheteurs des deux marchés, ainsi que les agents économiques (acheteurs + vendeurs) de chacun des marchés. On notera  $A_1=300$  le gain des acheteurs du marché 1 après le décloisonnement des marchés,  $V_1=-50$  la perte des vendeurs du marché 1 (toujours consécutive à l'intégration des deux marchés),  $A_2=-100$ , la perte des acheteurs du marché 2 et  $V_2=150$  le gain des vendeurs du marché 2. Est-ce que le décloisonnement des marchés est bénéfique pour tout le monde ? Au vu des données présentées, indiquez comment les prix évoluent après l'ouverture des marchés.
- b) On suppose que les marchés 1 et 2 sont des marchés nationaux et que l'on peut organiser des systèmes de transfert (ou de redistribution) entre acheteurs et vendeurs d'un pays donné. Par exemple, on peut prélever un impôt de 10 auprès des acheteurs du marché 1 pour octroyer une subvention de 10 aux vendeurs du marché 1.

Pour information, ce type de subvention n'est pas forcément incompatible avec les règles de l'OMC. Les droits à l'assurance-maladie des agriculteurs français sont probablement supérieurs à ceux des agriculteurs chinois et peuvent être financés par le biais de l'impôt, par exemple par l'IS payé par EADS.

Décrire à l'aide d'un exemple un système de transferts qui, s'il était réalisé de manière concomitante à l'ouverture des frontières, pourrait rendre le décloisonnement bénéfique à tout le monde.

Décrire les conflits potentiels à l'intérieur de chaque pays.

### Exercice 2 : Dette sécurisée et dette junior

- Représenter graphiquement le profil de paiement (en fonction de la valeur économique de l'actif de l'entreprise) d'une dette sécurisée par une garantie externe donnée par les actionnaires aux créanciers. Comparez ce profil de paiement avec celui d'une dette non sécurisée
- Toutes autres choses égales par ailleurs, pensez-vous qu'une augmentation du coefficient de corrélation entre la valeur de l'actif de l'entreprise emprunteuse et celle de la garantie donnée par les actionnaires détériore la situation des créanciers ?
- Représentez graphiquement le profil de paiement d'une dette mezzanine (ou junior).

### Exercice 3 : Principe de mutualité de Borch

On rappelle les conditions de Borch :  $\frac{u'_n(w_n(s))}{u'_n(w_n(s'))} = \frac{u'_m(w_m(s))}{u'_m(w_m(s'))}$ ,  $\forall n, m = 1, \dots, N$ ,  $\forall s, s' = 1, \dots, S$  où  $w_n(s)$  représente la richesse de l'agent  $n$  dans l'état de la nature  $s$  et  $u_n$  la fonction d'utilité de l'agent  $n$

- Montrer que si  $w_n(s) > w_n(s')$ , alors  $w_m(s) > w_m(s')$ ,  $\forall m \in \{1, \dots, N\}$
- On note  $W(s) = \sum_{n=1}^N w_n(s)$  la richesse agrégée dans l'état  $s$ . Montrer alors que  $W(s) > W(s')$ .

### Exercice 4 : Actifs contingents et options

On considère un actif pouvant prendre deux valeurs à la date future,  $A_1 = 100$  (état bas) avec la probabilité 0,3 et  $A_1 = 130$  (état haut) avec la probabilité 0,7. Le taux d'intérêt d'un placement sans risque de défaut est nul (0%).

- On considère un paiement contingent à l'état haut : paiement de 1 si  $A_1 = 130$  et de 0 si  $A_1 = 100$ . Constituer un portefeuille constitué de l'action et du placement sans risque qui duplique le paiement de l'actif contingent à l'état haut. En déduire le prix de l'actif contingent à l'état haut.
- Même question pour l'actif contingent à l'état bas.
- Quelle est la somme des prix des deux actifs précédents ? Pourquoi ? Quelle interprétation mathématique pouvez-vous donner aux prix des deux actifs contingents ?
- On considère une option d'achat sur l'actif précédent de prix d'exercice  $K = 110$ . Déterminer le prix de cette option.
- La probabilité que l'actif soit dans l'état bas est maintenant de 0,7 et celle d'être dans l'état haut de 0,3. En quoi cela change-t-il les réponses aux questions précédentes ?

## Exercice 5 : émission d'actions et rachat de dette

Une société détient un actif dont la valeur à la date future ( $t = 1$ ) dans l'état  $s \in \mathbb{R}$  est notée  $A_1(s)$ . Cette société se finance par  $m$  obligations de valeur nominale de remboursement égale à 1. Les notations sont celles des transparents. On note  $p_D$ , le prix d'une obligation. La société a émis  $n$  actions.

- Écrire la valeur de marché d'une obligation  $p_D$  en utilisant la fonction de prix d'état  $q(s)$
- Écrire la valeur de marché d'une action  $p_K$ .
- La société émet  $\bar{n} - n$  nouvelles actions, parfaitement fongibles avec les anciennes actions, sans droit préférentiel de souscription, au prix d'émission  $\bar{p}_K$ . La somme obtenue lors de l'augmentation de capital est intégralement utilisée pour diminuer la dette et améliorer le ratio fonds propres / total de bilan, ainsi qu'il est demandé aux banques par les autorités de régulation. On note  $\bar{p}_D$ , le nouveau cours des obligations après cette opération de modification du levier d'endettement. Montrer que  $\bar{p}_D > p_D$ .
- Montrer que  $\bar{p}_K < p_K$  et que l'opération précédente est coûteuse pour les actionnaires. Ainsi, les opérations de recapitalisation des banques, qui visent à améliorer la stabilité du système financier ont également un caractère punitif pour les actionnaires, voulu et assumé par certains économistes et hommes politiques.

## Exercice 6 : « convexité » des primes d'options

On notera par la suite  $C(K)$  la prime d'une option d'achat (de date d'exercice donnée) et de prix d'exercice  $K$ . L'objet de l'exercice est de montrer la propriété suivante, en l'absence d'opportunités d'arbitrage :

$$\forall K_1, K_2 \geq 0, \forall \alpha, 0 < \alpha < 1, C(\alpha K_1 + (1 - \alpha)K_2) \leq \alpha C(K_1) + (1 - \alpha)C(K_2)$$

En mathématiques, on dit que la fonction  $K \rightarrow C(K)$  est convexe. La relation précédente est une relation importante qui doit être vérifiée par les modèles utilisés par les opérateurs de marché et qui contraint les primes des options traitées.

- Considérez trois options d'achat de prix d'exercice  $K, K + 1, K + 2$ . Expliquez comment constituer un butterfly spread à partir de ces trois options.
- Représentez graphiquement le profil de risque (paiement) à l'échéance des options (sans prendre en compte le paiement des primes à la date initiale)
- En déduire une relation entre  $C(K + 1)$  et  $C(K), C(K + 2)$ .
- Étendre le raisonnement précédent à trois options de prix d'exercice  $K_1, \frac{K_1 + K_2}{2}, K_2$  (on supposera que  $K_1 < K_2$ ). Vous expliquerez comment constituer un butterfly spread, représenterez graphiquement le paiement à échéance et déduirez une relation entre  $C\left(\frac{K_1 + K_2}{2}\right)$  et  $C(K_1), C(K_2)$ .
- On considère maintenant  $\alpha, 0 < \alpha < 1$ . On suppose toujours que  $K_1 < K_2$ . On notera par la suite  $K = \alpha K_1 + (1 - \alpha)K_2$ . Représentez graphiquement le profil de paiement à échéance associé au portefeuille suivant : achat de  $\frac{1}{1 - \alpha}$  options de prix d'exercice  $K_1$ , vente de  $\frac{1}{\alpha(1 - \alpha)}$  options de prix d'exercice  $K$ , achat de  $\frac{1}{\alpha}$  options de prix d'exercice  $K_2$ . Pour simplifier votre représentation graphique, vous pouvez

prendre  $\alpha = \frac{1}{3}$ . Est-ce que le profil de paiement à échéance reste positif ou nul ? Quelle est le montant à décaisser pour acquérir le portefeuille d'options précédent ? Ce montant est-il positif ? En déduire une relation entre  $C(\alpha K_1 + (1 - \alpha)K_2)$  et  $C(K_1), C(K_2)$ .

### Exercice 7 : rémunération incitative des dirigeants

On se place dans le cadre du modèle principal-agent étudié en cours. La rémunération d'un dirigeant comprend une partie fixe et une partie variable, sous la forme d'un paiement en actions.

- a) Si l'aversion vis-à-vis du risque du dirigeant est élevée, faut-il augmenter l'importance de la part de la rémunération payée en actions ?
- b) Une volatilité des actions élevée conduit-elle à augmenter la part payée en actions ?

### Exercice 8 : Taux d'intérêt et risque

On considère deux entreprises. La valeur de la première entreprise à la date future (de liquidation) est notée  $A_1$ . La valeur de l'actif de la seconde entreprise est notée  $A_1^*$ . On suppose que l'actif de cette seconde entreprise est plus risqué au sens de Rothschild et Stiglitz :  $A_1 > A_1^*$ . Ces deux entreprises ont emprunté à la date initiale le même montant  $D_0$ .

- a) Représentez graphiquement la forme des courbes de profit des créanciers de ces deux entreprises  $\Pi_D(i)$  et  $\Pi_{D^*}(i)$  en fonction du taux d'intérêt nominal du crédit  $i$ . Vous supposerez que le crédit est toujours accepté par les entreprises et vous vous intéresserez aux valeurs limites correspondant à  $i = -100\%$  et  $i = +\infty$ . Vous vous intéresserez également à la croissance ou à la décroissance du profit des créanciers en fonction du taux nominal et au positionnement relatif des deux courbes de profit.
- b) On suppose que le marché du crédit est concurrentiel : en déduire des conditions sur les taux de crédit obtenus par les deux entreprises que l'on notera  $i$  et  $i^*$ . En déduire une relation entre  $i$  et  $i^*$ .