

Contrôle de connaissances  
Risques de marché / M2 FMGR  
19 avril 2024 – durée 1 heure

- 1) Donner l'expression de  $\text{VaR}_\alpha(X)$  quand  $X$  suit une distribution gaussienne (seule la réponse est demandée, pas la démonstration)
- 2) On considère la matrice suivante

$$\begin{pmatrix} 1 & 0.4 & 0.4 & 0.4 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.4 & 1 & 0.4 & 0.4 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.4 & 0.4 & 1 & 0.4 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.4 & 0.4 & 0.4 & 1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 1 & 0.3 & 0.3 & 0.15 & 0.15 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.3 & 1 & 0.3 & 0.15 & 0.15 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.3 & 0.3 & 1 & 0.15 & 0.15 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.15 & 0.15 & 0.15 & 1 & 0.2 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.15 & 0.15 & 0.15 & 0.2 & 1 \end{pmatrix}$$

- a. Donner la condition vue en cours pour que la matrice soit effectivement une matrice de corrélation.
- b. Facultatif et plus difficile : pouvez-vous associer à cette matrice un modèle à facteurs emboîtés (russian dolls) ?
- 3) Donner l'expression de  $\text{VaR}_{99\%}(X)$  pour la méthode historique avec une période de 252 jours.
- 4) De même pour  $ES_{97,5}(X)$  (méthode historique, période de 252 jours).
- 5) Robustesse de la VaR : Donner la borne de Cantelli pour  $\text{VaR}_\alpha(X)$
- 6) Donner un exemple où la VaR n'est pas sous-additive.
- 7) Montrer que la VaR est une mesure de risque comonotone additive.
- 8) Montrer que la VaR est une mesure de risque invariante en loi.
- 9) Donner un exemple où la mesure de risque  $\rho(X) = -E[X] + \lambda\sigma(X)$  n'est pas monotone (vous pouvez vous inspirer du début de démonstration donné dans le cours)
- 10) On suppose ici que  $E[X] = 0$ .
  - a. Expliquer comment on peut calculer la volatilité à la date courante avec la méthode du lissage exponentiel (EWMA)
  - b. Quelle est alors la VaR gaussienne avec cette approche.
  - c. Expliquer comment on peut combiner le lissage exponentiel et l'approche historique pour calculer la VaR (volatility weighted historical simulation) pour calculer la VaR.