

Les calculatrices ne sont pas autorisées

Indiquez le nom de votre chargé de TD en clair sur votre copie, à défaut votre groupe de TD

Exercice 1 : Spéculation et apparitions de motifs boursiers

On considère des suites d'évolution de hausses ou de baisses des marchés boursiers. On note H , une hausse, B une baisse. On suppose que hausses ou baisses sont indépendantes du passé et qu'elles sont équiprobables. On se place un jour donné.

- 1) Quelle est la probabilité d'apparition des motifs HHH , HBB , BHH , BBH au cours des trois jours suivants ?
- 2) Quelle est la probabilité que l'on observe deux hausses après une baisse ?
- 3) Une baisse après deux hausses ?
- 4) Vous apprenez qu'il y aura une hausse au cours de l'un des deux jours suivants. Quelle est alors la probabilité d'une baisse pendant l'autre journée ?
- 5) Et pourquoi ?

On va maintenant s'intéresser à la première apparition de motifs (patterns) de hausse ou de baisse.

- 6) Quelle est la probabilité que le motif HB apparaisse avant le motif BB ?
- 7) Pourquoi ?
- 8) Quelle est la probabilité que le motif HB apparaisse avant le motif HH ?
- 9) Pourquoi ?
- 10) Rappeler la définition d'un nombre réel normal en base 2.
- 11) Donner un exemple d'un nombre réel normal en base 2.
- 12) On suppose maintenant que les hausses et les baisses sont codées selon le développement d'un nombre normal en base 2. Quelle est la fréquence d'apparition d'une hausse après une baisse ?
- 13) On reste dans le cadre de la question précédente. Calculer le coefficient de corrélation entre deux hausses consécutives.
- 14) Y a-t-il des opportunités d'arbitrage dans le marché précédent et pourquoi ?

Exercice 2 : risque de marché et risque idiosyncratique. On considère $i = 1, \dots, n$ actions. On note r_1, \dots, r_n : rentabilités (supposées centrées), $\sigma_1, \dots, \sigma_n$: écarts-types des rentabilités (supposés positifs), ρ_{ij} : coefficient de corrélation linéaire entre r_i et r_j ; $\omega_1, \dots, \omega_n$: poids des actions dans un indice boursier de référence. Ces poids sont supposés positifs ou nuls. $r = \omega_1 r_1 + \dots + \omega_n r_n$: rentabilité du portefeuille. On notera σ , l'écart-type de la rentabilité de l'indice.

- 1) Donner l'expression du Bêta du titre i , β_i , par rapport à l'indice de référence.
- 2) On suppose que les $\rho_{ij} \geq 0$. Montrer que les β_i sont > 0 .
- 3) A quoi est égal $\omega_1 \beta_1 + \dots + \omega_n \beta_n$?
- 4) On définit le risque idiosyncratique comme $\varepsilon_i = r_i - \beta_i r$. Quel est le coefficient de corrélation linéaire entre ε_i et r ?
- 5) Décomposer le risque total du titre i
- 6) Décomposer le risque de l'indice en fonction des risques de marché des différents titres.
- 7) En déduire une inégalité.
- 8) Donner une signification au ratio $\beta_i \sigma / \sigma_i$.
- 9) Calculer le risque idiosyncratique de l'indice, puis son écart-type (ici on ne fait aucune hypothèse sur les corrélations entre les risques idiosyncratiques).
- 10) Supposons maintenant que les risques idiosyncratiques sont non-corrélés, calculer le risque idiosyncratique du portefeuille.
- 11) Que conclure des résultats des questions 9 et 10 ?

Exercice 3 : finance d'entreprise et coût moyen pondéré du capital : On pourra reprendre les hypothèses et notations du cours. Notamment, le taux d'imposition sur les bénéfices des sociétés est noté T_c et est supposé positif.

- 1) Rappeler la relation entre le bêta de l'actif et le bêta des actions, dans le cas où la dette est non-risquée et dans le cas où la dette est risquée.
- 2) Donner l'expression de la valeur actuelle de l'avantage fiscal de l'endettement quand l'entreprise est liquidée T années après la date courante.
- 3) Rappeler la première expression du coût moyen pondéré du capital
- 4) Démontrer cette expression
- 5) Rappeler la seconde expression du coût moyen pondéré du capital
- 6) Démontrer cette expression