

**Exercice 1 : Marchés *Momentum* et corrélation**

On note  $I_t$  la variable indicatrice de hausse à la date  $t$  :

- $I_t = 1$ , si hausse des cours boursiers entre  $t - 1$  et  $t$
- $I_t = 0$ , sinon

On suppose que  $I_{t-1}$  et  $I_t$  sont de même loi et on note  $P(I_t = 1) = P(I_{t-1} = 1) = p$  avec  $0 < p < 1$ . On note  $P(I_t = 1 | I_{t-1} = 1)$  la probabilité conditionnelle d'une hausse en  $t$  sachant que l'on a observé une hausse en  $t - 1$ .

1. Rappeler la définition de la probabilité conditionnelle ;
2. Écrire la covariance entre  $I_{t-1}$  et  $I_t$  ;
3. Écrire cette covariance en fonction des probabilités ;
4. Donner une condition sur  $P(I_t = 1 | I_{t-1} = 1)$  pour le coefficient de corrélation linéaire entre  $I_{t-1}$  et  $I_t$  soit positif (marché *Momentum*) ;
5. Montrer qu'alors  $P(I_t = 0 | I_{t-1} = 0) > 1 - p$  ;
6. Interpréter le résultat ;
7. Supposons que  $P(I_t = 1 | I_{t-1} = 1) = p$ . Montrer qu'alors  $P(I_t = 0 | I_{t-1} = 0) = 1 - p$  ;
8. En déduire l'indépendance des indicatrices de hausse.

**Exercice 2 : risque de marché et risque idiosyncratique.** On considère  $i = 1, \dots, n$  actions. On note  $r_1, \dots, r_n$  : rentabilités (supposées centrées),  $\sigma_1, \dots, \sigma_n$  : écarts-types des rentabilités (supposés positifs),  $\rho_{ij}$  : coefficient de corrélation linéaire entre  $r_i$  et  $r_j$  ;  $\omega_1, \dots, \omega_n$  : poids des actions dans un indice boursier de référence. Ces poids sont supposés positifs ou nuls.  $r = \omega_1 r_1 + \dots + \omega_n r_n$  : rentabilité du portefeuille. On notera  $\sigma$ , l'écart-type de la rentabilité de l'indice.

1. Donner l'expression du Bêta du titre  $i$ ,  $\beta_i$ , par rapport à l'indice de référence.
2. On suppose que les  $\rho_{ij} \geq 0$ . Montrer que les  $\beta_i$  sont  $> 0$ .
3. A quoi est égal  $\omega_1 \beta_1 + \dots + \omega_n \beta_n$  ?
4. On définit le risque idiosyncratique comme  $\varepsilon_i = r_i - \beta_i r$ . Quel est le coefficient de corrélation linéaire entre  $\varepsilon_i$  et  $r$  ?
5. Décomposer le risque total du titre  $i$
6. Décomposer le risque de l'indice en fonction des risques de marché des différents titres.
7. En déduire une inégalité.
8. Donner une signification au ratio  $\beta_i \sigma / \sigma_i$ .
9. Calculer le risque idiosyncratique de l'indice, puis son écart-type (ici on ne fait aucune hypothèse sur les corrélations entre les risques idiosyncratiques).
10. Supposons maintenant que les risques idiosyncratiques sont non-corrélés, calculer le risque idiosyncratique du portefeuille.
11. Que conclure des résultats des questions 9 et 10 ?

**Exercice 3 : Valeur d'une entreprise endettée**

Vous disposez d'informations financières sur une société dont vous aimeriez déterminer la valeur : résultat d'exploitation attendu  $\bar{F}_A = 300$  millions d'€ (perpétuité), taux d'IS  $T_C = 40\%$ , taux de rentabilité cible en l'absence d'endettement (coût du capital)  $r = 10\%$ , taux d'intérêt sans risque  $r_f = 4\%$ . Le conseil d'administration a fixé le taux d'endettement :  $L = \frac{D}{V} = 25\%$ .

1. Calculez le coût moyen pondéré du capital
2. Calculez le coût moyen pondéré du capital par une autre méthode
3. Déterminer la valeur de l'entreprise
4. Quelles sont les valeurs de la dette et des actions ?
5. Quelle est la valeur actuelle de l'avantage fiscal de la dette ?
6. Calculer la valeur actuelle de l'avantage fiscal par une autre méthode.