Dette et antisélection (adverse selection)

George Akerlof, prix Nobel d'économie en 2001 avec sa femme Janet Yellen

Le problème des voitures d'occasion (Lemons problem)

Dette et antisélection : préliminaires

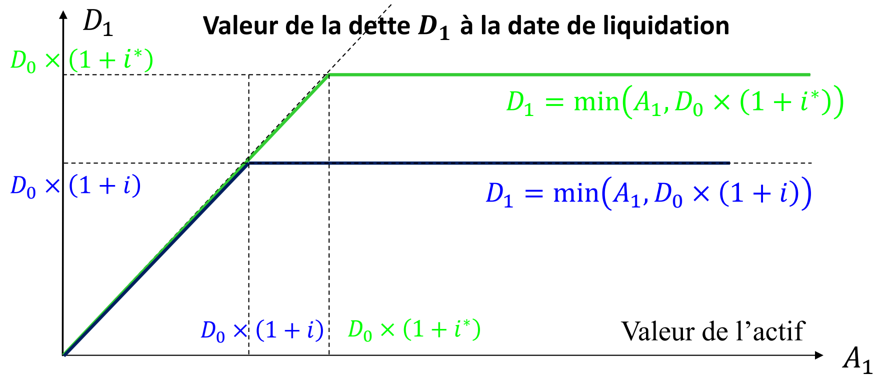
- Évaluation à partir des actifs contingents
- Cas discret : S états de la nature
- $\Sigma = \{1, \ldots, S\}$ ensemble des états de la nature
- $q_s > 0, s = 1, \ldots, S$ prix des actifs contingents
- Taux sans risque r_f
- $\tilde{q}_s = (1 + r_f) q_s, s = 1, \ldots, S$
- $\tilde{q}_s > 0, \sum_{s=1}^{S} \tilde{q}_s = 1$, probabilités « risque-neutre »
- Produit financier payant V_s, $s = 1, \ldots, S$
- Valeur actuelle : $\frac{1}{1+r_f} \sum_{s=1}^{S} \tilde{q}_s V_s = \frac{1}{1+r_f} E^Q[\tilde{V}]$

Dette et antisélection : préliminaires

- Cas continu
- État de la nature $s \in \mathbb{R}^+$
- $s \in \mathbb{R}^+ \to q(s) > 0$ prix de l'actif continent à l'état s
- $\tilde{q}(s) = (1 + r_f) q(s), \forall s \in \mathbb{R}^+$
- $\tilde{q}(s) > 0, \forall s \in \mathbb{R}^+, \int_0^{\infty} \tilde{q}(s) ds = 1$
- $s \in \mathbb{R}^+ \to \tilde{q}(s)$, densité de probabilité risque-neutre
- Paiement de 1 entre s et s+ds, le prix sera $\frac{1}{1+r_f} \tilde{q}(s) ds$
- Produit financier payant $V(s)$ dans l'état s
- Valeur actuelle : $\frac{1}{1+r_f} \int_0^{\infty} V(s) \tilde{q}(s) ds$
- $\frac{1}{1+r_f} \int_0^{\infty} V(s) \tilde{q}(s) ds = \frac{1}{1+r_f} E^Q[\tilde{V}]$

Dette et antisélection : préliminaires

- Effet du taux d'intérêt nominal
  - $i^* \geq i \Rightarrow \min(A_1, D_0 \times (1 + i)) \leq \min(A_1, D_0 \times (1 + i^*))$
  - *Une augmentation du taux nominal entraîne une augmentation des paiements reçus par les prêteurs*



Dette et antisélection : préliminaires

- La valeur de la dette augmente avec le taux nominal
  - *Marché concurrentiel du crédit*
- Notons r_f le taux sans risque
- Le taux nominal i est tel que :
- $D_0 = \frac{E^Q[D_1]}{1+r_f} = \frac{E^Q[\min(A_1, D_0 \times (1+i))]}{1+r_f}$
- $\Pi_D(i) = \frac{E^Q[D_1(i)]}{1+r_f} - D_0$
  - *$\Pi_D(i)$ VAN ou profit du prêteur au taux i*
  - *Marché concurrentiel du crédit : $\Pi_D(i) = 0$*
  - *Remarque : $\Pi_D(i)$ est une fonction croissante de i*

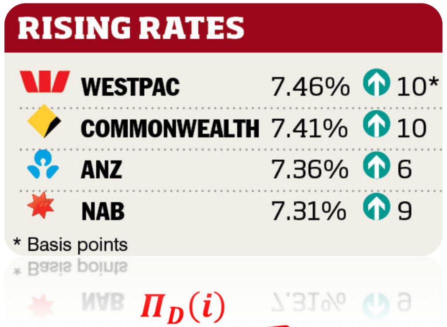
! Comparaison des risques sous la probabilité d'évaluation Q

Dette et antisélection : préliminaires

- $\nearrow$ du risque sur l'actif $\Rightarrow \nearrow$ taux nominal
- $A_1 \succ_{SOSD} A_1^* \Rightarrow i \leq i^*$
  - $\Pi_D(i) = \frac{E^Q[D_1(i)]}{1+r_f} - D_0 = \frac{E^Q[\min(A_1, D_0 \times (1+i))]}{1+r_f} - D_0$
  - $\Pi_{D^*}(i) = \frac{E^Q[D_1^*(i)]}{1+r_f} - D_0 = \frac{E^Q[\min(A_1^*, D_0 \times (1+i))]}{1+r_f} - D_0$
  - $A_1 \succ_{SOSD} A_1^* \Rightarrow E^Q[\min(A_1^*, D_0 \times (1+i))] \leq E^Q[\min(A_1, D_0 \times (1+i))]$
    - Rothschild, Stiglitz (1970). Ici, $\nearrow$ du risque se fait sous Q
  - $\Pi_{D^*}(i) \leq \Pi_D(i)$
  - *Prêter au même taux à une entreprise plus risquée est moins rentable …*

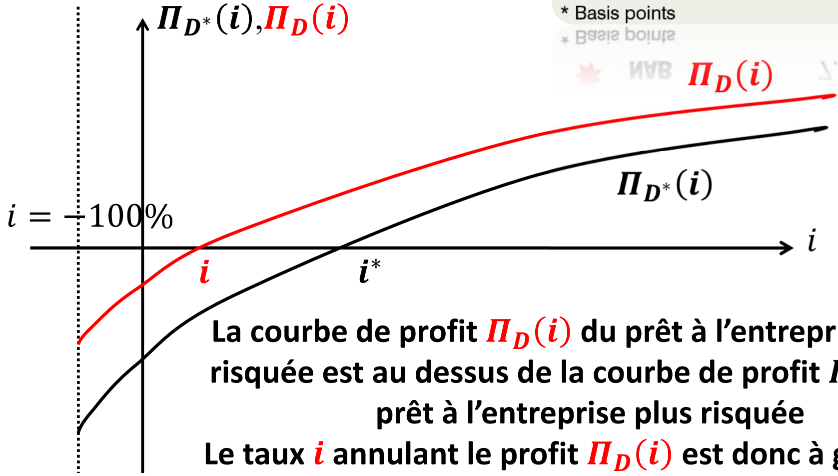
Dette et antisélection

- $\Pi_{D^*}(i) \leq \Pi_D(i) \Rightarrow i \leq i^*$



RISING RATES		
WESTPAC	7.46%	10*
COMMONWEALTH	7.41%	10
ANZ	7.36%	6
NAB	7.31%	9

* Basis points



La courbe de profit $\Pi_D(i)$ du prêt à l'entreprise moins risquée est au dessus de la courbe de profit $\Pi_{D^*}(i)$ du prêt à l'entreprise plus risquée
Le taux i annulant le profit $\Pi_D(i)$ est donc à gauche du taux i^* annulant le profit $\Pi_{D^*}(i)$

Dette et antisélection : préliminaires

- Création de richesse (VAN) : Π_A
- $\frac{1}{1+r_f}\int_0^{\infty} A_1(s)\tilde{q}(s)ds - A_0 = \Pi_A$
  - *A_0 montant investi pour constituer l'actif*
- Valeur actuelle de la dette (senior unsecured)
- $\frac{1}{1+r_f}\int_0^{\infty} \min(A_1(s), D_0(1+i))\,\tilde{q}(s)ds$
- Création de richesse nette pour les créanciers : $\Pi_D(i)$
- $\Pi_D(i) = \frac{1}{1+r_f}\int_0^{\infty} \min(A_1(s), D_0(1+i))\,\tilde{q}(s)ds - D_0$
- $\Pi_D(-100\%) = -D_0$
- $\lim_{i\to\infty}\Pi_D(i) = A_0 - D_0 + \Pi_A = K_0 + \Pi_A$
- $\Pi_D(i)$ est croissante en i.

Dette et antisélection : préliminaires

- Création de richesse pour les actionnaires : $\Pi_K(i)$
- $\Pi_K(i) = \frac{1}{1+r_f}\int_0^\infty \max\big(0, A_1(s) - D_0(1+i)\big)\,\tilde{q}(s)ds - K_0$
- $A_1 = K_1 + D_1, A_0 = K_0 + D_0 \Rightarrow \Pi_A = \Pi_K(i) + \Pi_D(i)$
  - $\Pi_K(i) = \Pi_A - \Pi_D(i) \Rightarrow$
  - $\Pi_K(-100\%) = \Pi_A + D_0$
  - $\lim_{i\to\infty}\Pi_K(i) = -K_0$
  - $\Pi_K(i)$ *est décroissant en* i
  - $\frac{d\Pi_K(i)}{di} = -D_0 \times \int_0^\infty 1_{A_1 > D_0(1+i)}(s) \times \tilde{q}(s)ds < 0$
  - $\frac{d^2\Pi_K(i)}{di^2} = D_0^2 \times \tilde{q}\big(D_0(1+i)\big) > 0$:
  - *Fonction de profit des actionnaires :* $i \to \Pi_K(i)$ *décroissante et convexe*

Dette et antisélection : préliminaires

- Remarque mathématique :
  - *En ce qui concerne* $\frac{d\Pi_K(i)}{di} = -D_0 \times \int_0^\infty 1_{A_1 > D_0(1+i)}(s) \times \tilde{q}(s)ds < 0$
  - *On a utilisé* $\Pi_K(i) = \frac{1}{1+r_f}\int_0^\infty \max\big(0, A_1(s) - D_0(1+i)\big)\,\tilde{q}(s)ds - K_0$
  - *Et le théorème de dérivation sous l'intégrale*

Théorème (***Théorème de dérivation sous l'intégrale***)

Soit $f : (t,x) \mapsto f(t,x)$ *une fonction de* $I \times E$ *dans* $\mathbb{C}$*. On suppose que :*
- **(existence de** F**)** pour tout $t \in I$, $x \mapsto f(t,x)$ est intégrable ;
- **(dérivabilité)** pour μ-presque tout $x \in E$, $t \mapsto f(t,x)$ est dérivable sur I, de dérivée notée $\frac{\partial f}{\partial t}$;
- **(domination de la dérivée)** il existe une fonction $\varphi : E \to \mathbb{R}_+$ mesurable telle que $\int \varphi\, d\mu < \infty$ et

$$\text{pour tout } t \in I, \text{ pour } \mu\text{-presque tout } x \in E, \qquad \left|\frac{\partial f}{\partial t}(t,x)\right| \leq \varphi(x).$$

Alors la fonction

$$F : t \mapsto F(t) = \int f(t,x)\, d\mu(x)$$

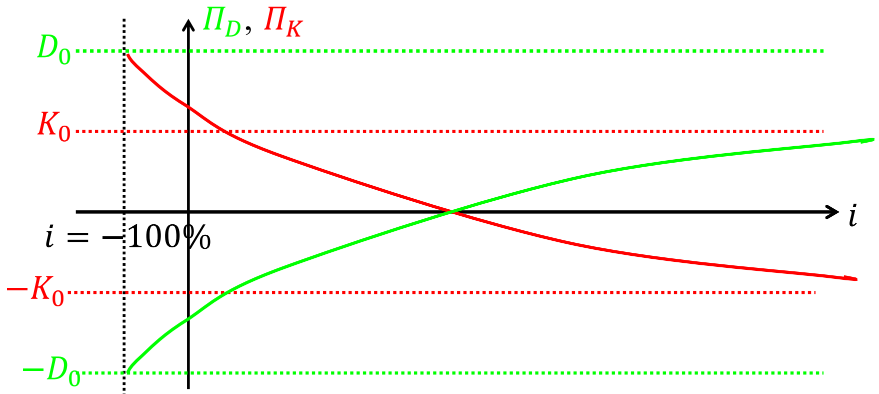
est dérivable sur I *et, pour tout* $t \in I$,

$$F'(t) = \int \frac{\partial f}{\partial t}(t,x)\, d\mu(x).$$

- Interpréter d'un point de financier $\frac{d\Pi_K(i)}{di}$

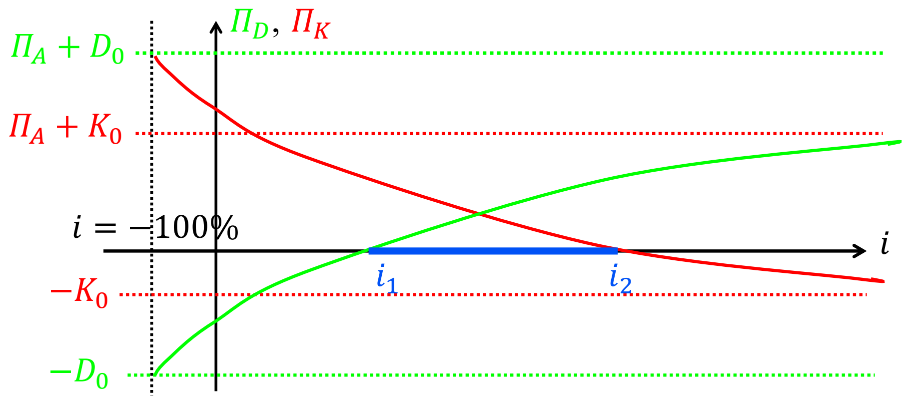
Dette et antisélection

- Contrainte de participation des actionnaires : $\Pi_K(i) \geq 0$
- Contrainte de participation des créanciers : $\Pi_D(i) \geq 0$
- Propriété : $\Pi_A = 0 \Rightarrow \exists!\, i, \Pi_K(i) \geq 0, \Pi_D(i) \geq 0$



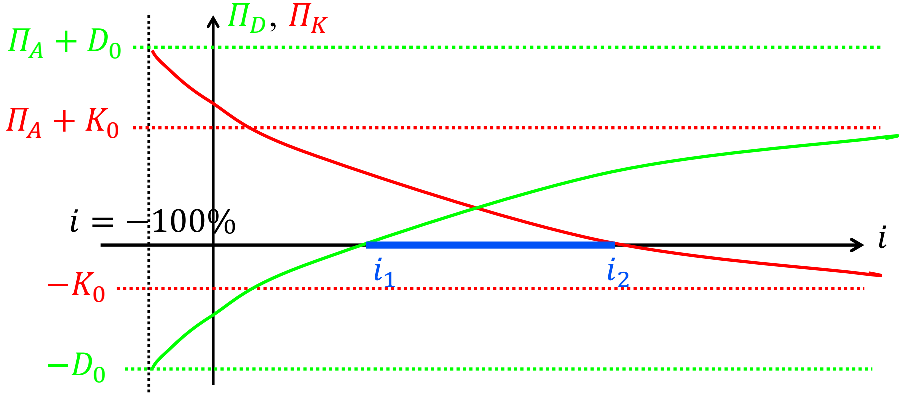
Dette et antisélection

- VAN positive : $\Pi_A > 0$, $\boldsymbol{\Pi_K(i) + \Pi_D(i) = \Pi_A}$
- $\forall i \in [i_1, i_2], \Pi_K(i) \geq 0, \Pi_D(i) \geq 0$



Dette et antisélection : Exercices

- Calculer le profit des actionnaires et des créanciers pour le taux où les courbes de profit s'intersectent. Interpréter.
- Montrer que $i \to \Pi_D(i)$ est concave.



Dette et antisélection

- Marché du crédit concurrentiel
  - $\Pi_D(i) = 0$, *pas de profit des prêteurs,*
  - $\Pi_D(i) = 0 \Rightarrow i = i_1, \Pi_K(i_1) = \Pi_A$ *(profit capturé par les actionnaires)*
- Banque monopole local : $\Pi_D(i_2) = \Pi_A$,
  - *Profit capturé par créanciers :* $\Pi_K(i_2) = 0$, $i = i_2$
- Hétérogénéité observée sur le marché du crédit
  - *Certains emprunteurs plus risqués que d'autres :* $A_1 \succ_{cv} A_1^*$
  - *Certains projets sont plus créateurs de richesses que d'autres* $\Pi_{A_1} > \Pi_{A_1^*}$
  - *Supposons que la banque soit un monopole et observe* A_1 *et* A_1^*
  - *On suppose que :* $\Pi_{A_1} > 0, \Pi_{A_1^*} > 0$
    - Les deux projets sont à VAN positive
  - *Les montants prêtés pour les deux projets sont identiques et égaux à* D_0

Dette et antisélection

- Banque monopole + hétérogénéité observée
  - *VAN positive pour les actionnaires ⇒ acceptation du crédit,* $\Pi_K \geq 0, \Pi_{K^*} \geq 0$
  - $\Pi_K(i_2) = 0, \Pi_{K^*}(i_2^*) = 0$ *(contrainte de participation)*
  - $K_0 = \frac{E^Q[\max(0, A_1 - D_0 \times (1+i_2))]}{1+r_f}$, $K_0^* = \frac{E^Q[\max(0, A_1^* - D_0 \times (1+i_2^*))]}{1+r_f}$
- Deux contrats de prêt différents, chacun avec un taux nominal spécifique (i_2 et i_2^*) et deux marchés de crédit.
  - $\Pi_D = \frac{E^Q[\min(A_1, D_0 \times (1+i_2))]}{1+r_f} - D_0 + \frac{E^Q[\min(A_1^*, D_0 \times (1+i_2^*))]}{1+r_f} - D_0$
  - $\Pi_D = \Pi_{A_1} + \Pi_{A_1^*}$
  - *Information parfaite sur la qualité de crédit des emprunteurs*
  - *Les prêteurs captent la totalité de la création de richesse pour les deux projets*

Dette et antisélection

- Analyse du phénomène d'anti-sélection sur le marché du crédit
  - *Certains emprunteurs sont plus « risqués » que d'autres* $A_1 \succ A_1^*$
  - *Certains projets sont plus rentables que d'autres* $\Pi_{A_1} > \Pi_{A_1^*}$
  - *Mais la banque n'observe pas la qualité des emprunteurs*
  - *Trois possibilités à étudier*
  - *Équilibre mélangeant : prêt à un taux unique, accepté à la fois par les bons risques et les mauvais risques*
  - *Équilibre séparateur : éviction des bons risques, la banque ne prête qu'aux mauvais risques*
  - *Rationnement : aucune offre de crédit de la part de la banque alors qu'il y a des emprunteurs solvables*

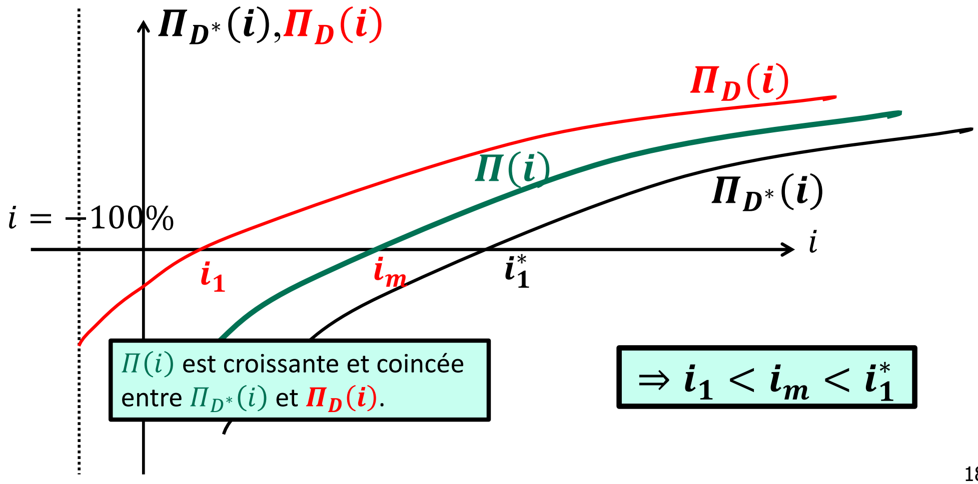
Dette et antisélection

- Cas d'un marché concurrentiel du crédit
  - *On suppose qu'il existe des sociétés risquées en proportion α et des sociétés moins risquées en proportion $1-\alpha$*
  - *« Bons risques A_1 et mauvais risques » A_1^* : $A_1 \succ_{SOSD} A_1^*$*
  - *On suppose que $\Pi_{A_1} > 0, \Pi_{A_1^*} > 0$*
  - *Les emprunteurs savent de quel type ils sont, pas les prêteurs*
  - *Le prêteur ne connaît que la proportion α de mauvais risques*
- Le prêteur pratique un taux i_m (qui annule) la VAN :
- $-D_0 + \frac{1}{1+r_f}\left(\alpha E^Q\left[\min\left(A_1^*, D_0(1+i_m)\right)\right] + (1-\alpha)E^Q\left[\min\left(A_1, D_0(1+i_m)\right)\right]\right) = 0$
  - $\boldsymbol{i_1 < i_m < i_1^*}$ *(voir transparent suivant)*
  - *Tarification au taux moyen* $\boldsymbol{i_m}$

Dette et antisélection

- $\Pi_{D^*}(i) \le \Pi_D(i) \Rightarrow i_1 < i_1^*$

  $\Pi(i) = \alpha \times \Pi_{D^*}(i) + (1-\alpha) \times \Pi_D(i)$



Dette et antisélection

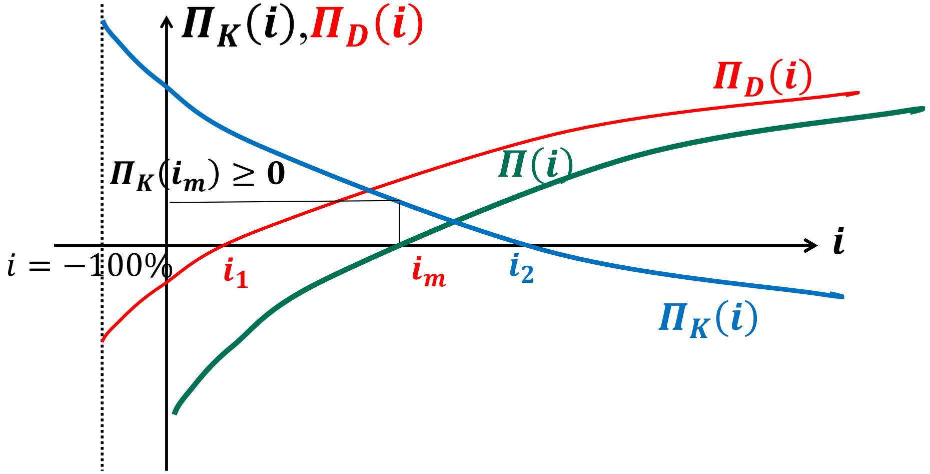
- $\boldsymbol{i_1 < i_m < i_1^*}$ (marché concurrentiel du crédit) ?
  - $\Pi_D(i_1) = 0, \Pi_{D^*}(i_1) < 0 \Rightarrow \alpha\Pi_{D^*}(i_1) + (1-\alpha)\Pi_D(i_1) < 0$
  - $\Pi_D(i_1^*) > 0, \Pi_{D^*}(i_1^*) = 0 \Rightarrow \alpha\Pi_{D^*}(i_1^*) + (1-\alpha)\Pi_D(i_1^*) > 0$
  - *$i \to \Pi(i)$ est ↗ comme combinaison convexe de deux fonctions croissantes : $i \to \Pi_D(i)$ et $i \to \Pi_{D^*}(i)$*
  - $\exists!\, i_m \in]i_1, i_2[$ *tel que* $\Pi(i_m)$
- Le taux moyen pratiqué i_m par la banque avantage les emprunteurs risqués et désavantage les emprunteurs non risqués
- Contraintes d'acceptation des prêts par les actionnaires ?
  - *Pour les emprunteurs risqués, il faut que $\Pi_{K^*}(i_m) > 0$*
  - $i_m < i_1^* \Rightarrow \Pi_{K^*}(i_m) > \Pi_{K^*}(i_1^*) = \Pi_{A_1^*} > 0$
  - *Les emprunteurs risqués acceptent a fortiori le contrat de prêt au taux moyen*

Dette et antisélection

- Pour les emprunteurs non risqués ?
- Si $K_0(1+r_f) \le E^Q\left[\max\left(0, A_1 - D_0 \times (1+i_m)\right)\right]$
  - *$\Pi_K(i_m) > 0$ correspondant à $i_m < i_2$:*
  - *Malgré l'augmentation du taux d'intérêt $i_1 \to i_m$, la VAN reste positive pour les actionnaires de l'entreprise non risquée*
  - *Le crédit au taux i_m est alors accepté par les emprunteurs non risqués*
  - *Équilibre mélangeant : les deux catégories d'emprunteurs restent présentes sur le marché*
  - *Un seul contrat*

Dette et antisélection

- *Équilibre mélangeant :* $\boldsymbol{\Pi_K(i_m) \geq 0 \Leftrightarrow i_m \leq i_2}$

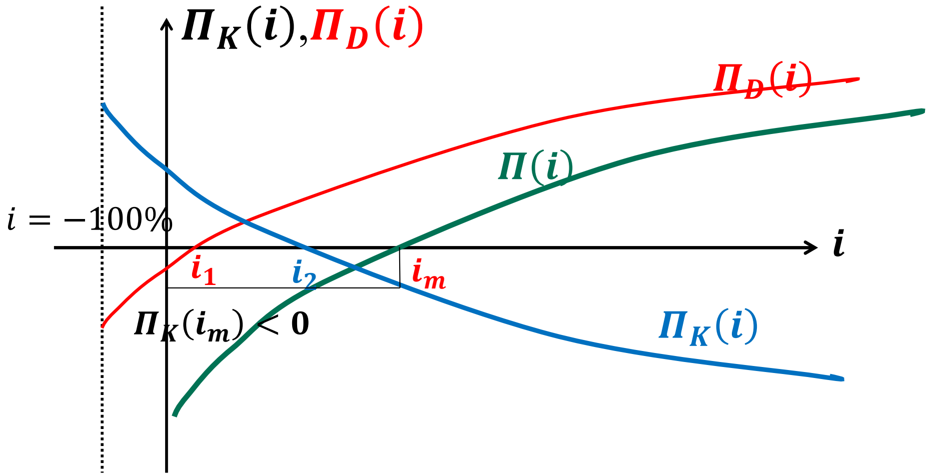


Dette et antisélection

- *Si* $K_0(1 + r_f) > E[\max(0, A_1 - D_0 \times (1 + i_m))]$
- L'augmentation du taux d'intérêt $i_1 \rightarrow i_m > i_2$ rend la VAN du projet non risqué, négative pour les actionnaires :
  - $\Pi_K(i_m) < 0 = \Pi_K(i_2)$
  - *Alors même que la VAN était positive (nulle) pour le taux nominal* i_1 *(pratiqué en information parfaite*
- Les actionnaires des entreprises non risquées refusent le contrat de prêt proposé par la banque
  - *Équilibre séparateur (Akerlof (1970))*
  - *Il ne reste que les emprunteurs risqués sur le marché*
  - *Effet d'éviction des bons emprunteurs*
  - *La banque propose alors le taux* i_1^* *tel que*
  - $D_0 = \frac{E[\min(A_1^*, D_0 \times (1 + i_1^*))]}{1 + r_f}$

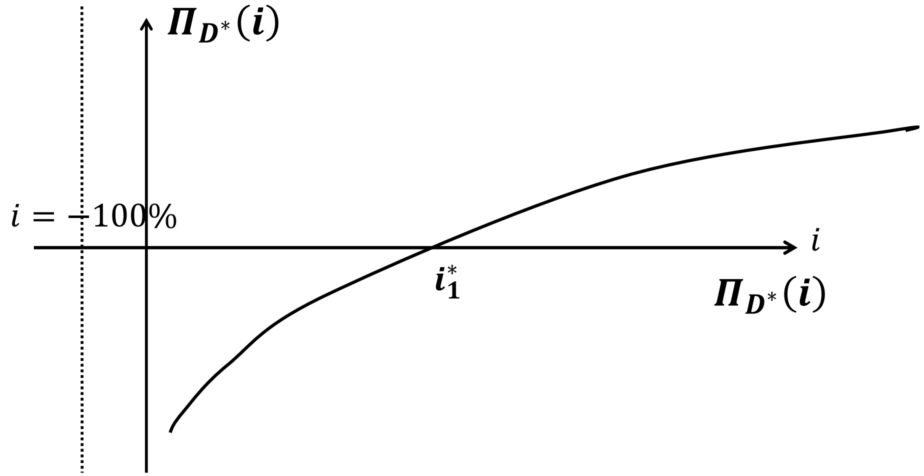
Dette et antisélection

- *Équilibre séparateur :* $\boldsymbol{\Pi_K(i_m) < 0 \Leftrightarrow i_m > i_2}$
  - *Éviction des bons risques (Akerlof)*



Dette et antisélection

- *Équilibre séparateur : éviction des bons risques*
  - *Le taux pratiqué est* i_1^* *(celui qui s'applique aux mauvais risques)*

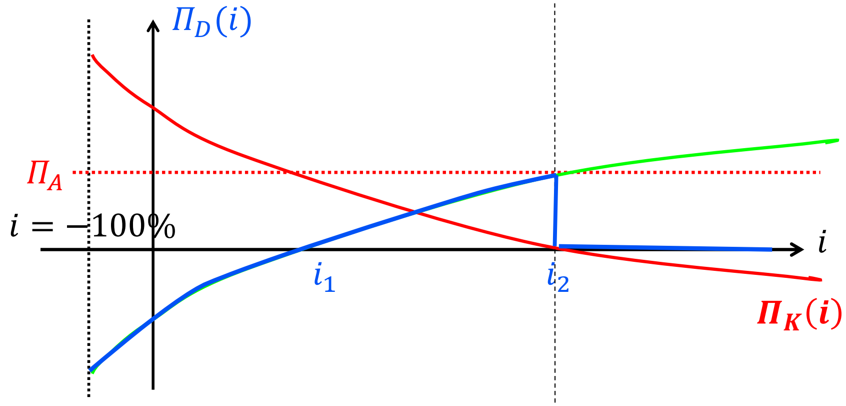


Akerlof, 11 juin 2013 à l'université de Warwick

Dette et antisélection

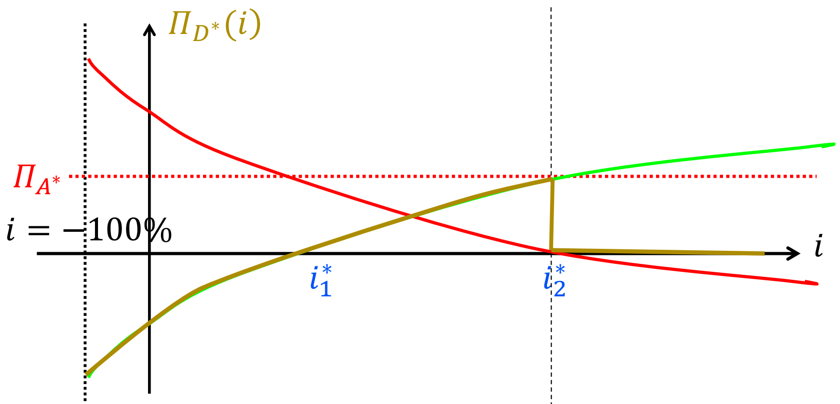
Andrew Weiss

- Retour sur la situation de monopole bancaire
  - *VAN positive :* $\Pi_A > 0$, $\Pi_D(i)$ *profit de la banque*
  - *Si* $i > i_2, \Pi_D(i) = 0$, *refus du prêt par les actionnaires*



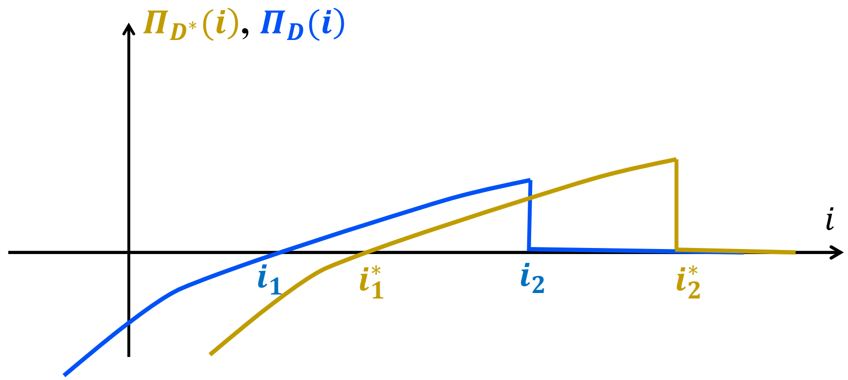
Dette et antisélection

- Considérons un second projet A^*
  - *VAN positive :*$\Pi_{A^*} > 0$ *: Il existe des taux d'intérêt permettant de faire un profit sur les mauvais risques*
  - $\Pi_{D^*}(i)$ *profit de la banque*



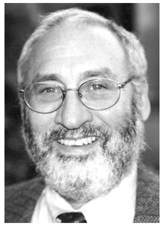
Dette et antisélection

- Courbes de profit des prêteurs en fonction du taux pratiqué pour les bons risques et les mauvais risques
  - *On a supposé* $i_1 < i_1^* < i_2 < i_2^*$



Dette et antisélection

J. Stiglitz



- La banque ne peut pas discriminer les deux projets
- Un unique taux i est pratiqué
- Le profit de la banque est égal à $\Pi_D(i) + \Pi_{D^*}(i)$
- Pour $i_1^* \leq i \leq i_2^*$, $\Pi_D(i) + \Pi_{D^*}(i) \geq \Pi_{D^*}(i) > 0$
- $\Pi_D(i) + \Pi_{D^*}(i)$ admet deux maximums locaux, l'un en i_2, l'autre en i_2^*
- Le profit de la banque est positif pour $i = i_2, i_2^*$
  - $\Pi_D(i_2^*) + \Pi_{D^*}(i_2^*) = \Pi_{D^*}(i_2^*) = \Pi_{A^*} > 0$
  - $\Pi_D(i_2) + \Pi_{D^*}(i_2) = \Pi_A + \Pi_{D^*}(i_2) > \Pi_A > 0$
- Si $\Pi_{A^*} > \Pi_A + \Pi_{D^*}(i_2)$, le profit de la banque est supérieur quand elle propose le taux i_2^*
  - *Éviction des « bons risques » ($i_2 < i_2^*$)*

Dette et antisélection

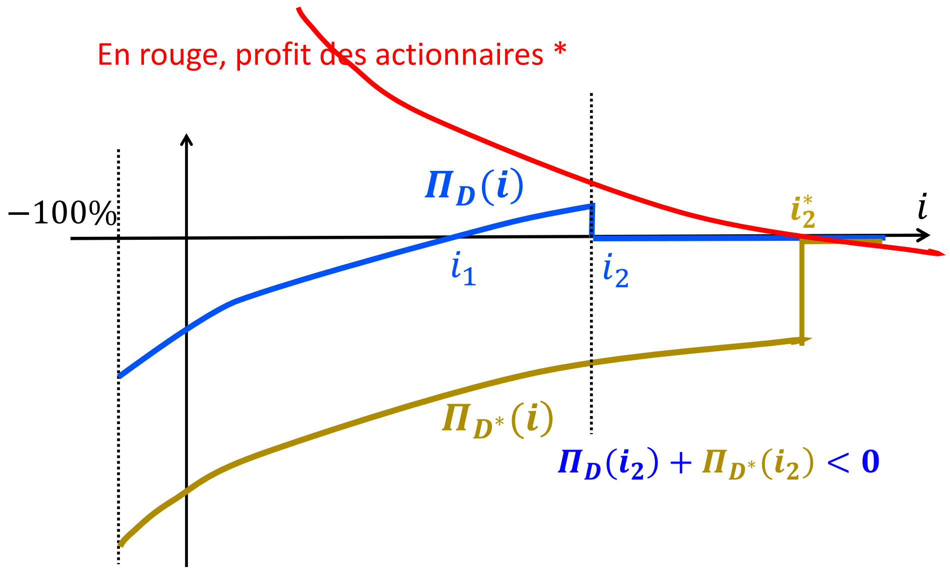
- Si $\Pi_A + \Pi_{D^*}(i_2) > \Pi_{A^*}$, la banque propose le taux i_2
  - *Équilibre mélangeant*
  - *Les deux projets A et A* sont financés*
  - *Les actionnaires du projet A* réalisent un profit positif* $\Pi_{K^*}(i_2) > 0$
  - $\Pi_K(i_2) = 0$ *profit nul pour les actionnaires du projet A*
- Considérons maintenant le cas où $\Pi_A > 0, \Pi_{A^*} < 0$
  - *En information parfaite le projet A est financé au taux* i_2
  - *Le projet A* n'est pas financé.*
  - *Notons comme précédemment* i_2^* *le taux au-delà duquel le projet n'est pas rentable pour les actionnaires du projet A**
  - $i_2^* = \inf\{i, \Pi_{K^*}(i) \geq 0\}$
  - $\Pi_{D^*}(i_2^*) = \Pi_{A^*} < 0$
  - *Supposons comme précédemment que* $\boldsymbol{i_2 < i_2^*}$

$\boldsymbol{i_2 < i_2^*}$

Dette et antisélection

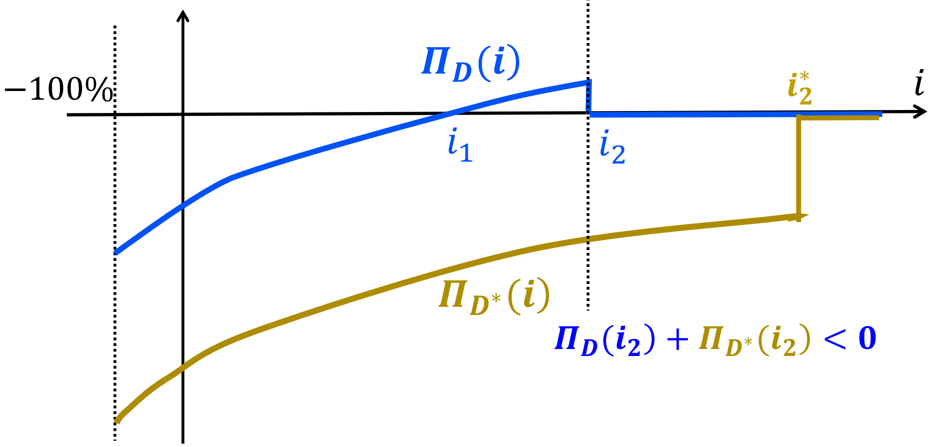
- Comme précédemment, deux maxima locaux $i = i_2$ et $i = i_2^*$
- Profit de la banque si elle propose le taux i_2 ?
  - $\Pi_D(i_2^*) + \Pi_{D^*}(i_2^*) = \Pi_{D^*}(i_2^*) = \Pi_{A^*} < 0$
  - *Si la banque propose le taux* i_2^**, son profit est négatif*
  - *Le profit maximum est forcément atteint en* i_2
- Profit de la banque si elle propose le taux i_2 ?
  - $\Pi_D(i_2) + \Pi_{D^*}(i_2) = \Pi_A + \Pi_{D^*}(i_2)$
    - $\Pi_D(i_2) = \Pi_A$: au taux i_2, la banque capture la VAN du projet non risqué
    - Remarque : $\Pi_{D^*}(i_2) < \Pi_{D^*}(i_2^*) < 0$
- Si $\Pi_A + \Pi_{D^*}(i_2) > 0$, la banque propose le taux i_2
  - *Équilibre mélangeant*
  - *Mais A* est financé, alors que sa VAN* Π_{A^*} *est négative*
  - *Coût social du financement d'un projet à VAN négative*

Rationnement du crédit : $\Pi_D(i) + \Pi_{D^*}(i) < 0, \forall i$



Rationnement du crédit : $\Pi_D(i) + \Pi_{D^*}(i) < 0, \forall i$

- Si $\Pi_A + \Pi_{D^*}(i_2) = \Pi_D(i_2) + \Pi_{D^*}(i_2) < 0 \Rightarrow \Pi_D(i) + \Pi_{D^*}(i) < 0, \forall i$



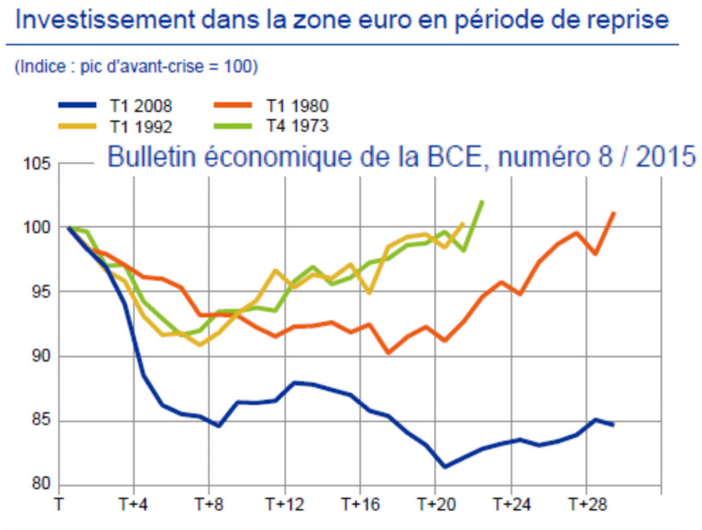
Dette et antisélection

- Si $\Pi_A + \Pi_{D^*}(i_2) < 0$
- Alors le profit de la banque pour les deux maximas locaux i_2, i_2^* est négatif
- D'où $\Pi_D(i) + \Pi_{D^*}(i) < 0, \forall i$
- L'offre de crédit de la banque est nulle
- Alors même que $\Pi_A > 0$
- Les actionnaires du projet A seraient prêt à payer le taux i_2, pour lequel le profit de la banque $\Pi_D(i_2) = \Pi_A > 0$
- Mais, alors les actionnaires du projet A^* demandent également du crédit, ce qui rend le profit de la banque négatif
- **Rationnement du crédit**
  - *Impossibilité de financer le projet A à VAN positive*

Rationnement du crédit

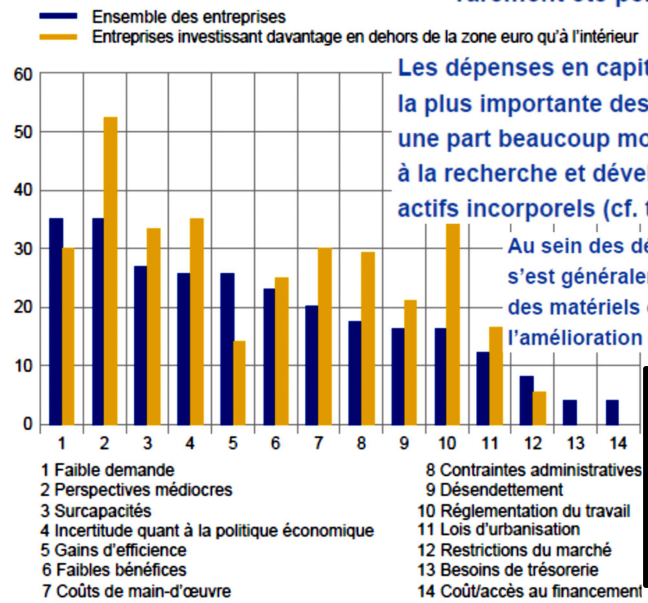
- Implications pour les entreprises et les particuliers
  - *Amplification des cycles économiques*
- Pour le marché monétaire et interbancaire
  - *Gel du marché, wholesale market runs, crises bancaires*

Quels sont les facteurs à l'origine du faible niveau d'investissement dans la zone euro ? Les réponses tirées d'une enquête auprès des grandes entreprises de la zone euro



Contraintes pesant sur l'investissement dans la zone euro

(pourcentage d'entreprises déclarantes)



Les contraintes financières liées aux coûts de financement ou à l'accès au financement ont rarement été perçues comme des contraintes

Les dépenses en capital représentent de loin la part la plus importante des budgets d'investissement, une part beaucoup moins élevée étant consacrée à la recherche et développement (R&D) ou aux actifs incorporels (cf. tableau B). Interrogées sur la

Au sein des dépenses en capital, l'investissement s'est généralement concentré sur le remplacement des matériels obsolètes plutôt que sur l'amélioration des technologies (cf. graphique C).

Faiblesse de la demande, rigidités structurelles, panne d'innovation bloquent la croissance. Pas d'apparence de rationnement du crédit pour les grandes entreprises