

Validation et utilisation du Médaf



Validation du Médaf

- Importance du portefeuille tangent dans la relation rentabilité risque
- Les critiques de Roll
- Alpha de Jensen
- Approches en coupe
- Modèles multi-facteurs : « A zoo of new factors »
- Le Médaf : un modèle pour l'élite
- Le Médaf en pratique

Rappels

5

Préliminaires, rappels, compléments

- <https://www.portfoliovisualizer.com/>
 - 10 actions choisies : Apple (AAPL), Nike (NKE), Google (GOOGL), Goldman Sachs (GS), JP Morgan (JPM), IBM (IBM), Verizon (VZ), Microsoft (MSFT), Walmart (WMT), McDonald's (MCD)
 - Période d'estimation : janvier 2005 – octobre 2019
 - Données mensuelles
 - Contraintes de positivité : $0 \leq \omega_i \leq 100\%$, $i = 1, \dots, 10$
 - Taux sans risque (pour ratio de Sharpe) : 1 month T-Bill 1,27%

6

#	Asset	CAGR	Expected Return (*)
1	Apple Inc. (AAPL)	32.08%	38.99%
2	Goldman Sachs Group, Inc. (GS)	6.23%	10.99%
3	Nike, Inc. (NKE)	16.40%	19.12%
4	Alphabet Inc. (GOOGL)	18.90%	23.60%
5	J P Morgan Chase & Co (JPM)	11.06%	15.19%
6	International Business Machines Corporation (IBM)	4.56%	6.78%
7	Verizon Communications Inc. (VZ)	8.65%	10.30%
8	Microsoft Corporation (MSFT)	14.41%	17.33%
9	McDonald's Corporation (MCD)	16.29%	17.56%
10	Walmart Inc (WMT)	7.89%	9.38%

$$\text{CAGR : Compound Annual Growth rate} = \left(\frac{V_T}{V_t} - 1 \right)^{1/T-t} - 1$$

7

Statistiques descriptives

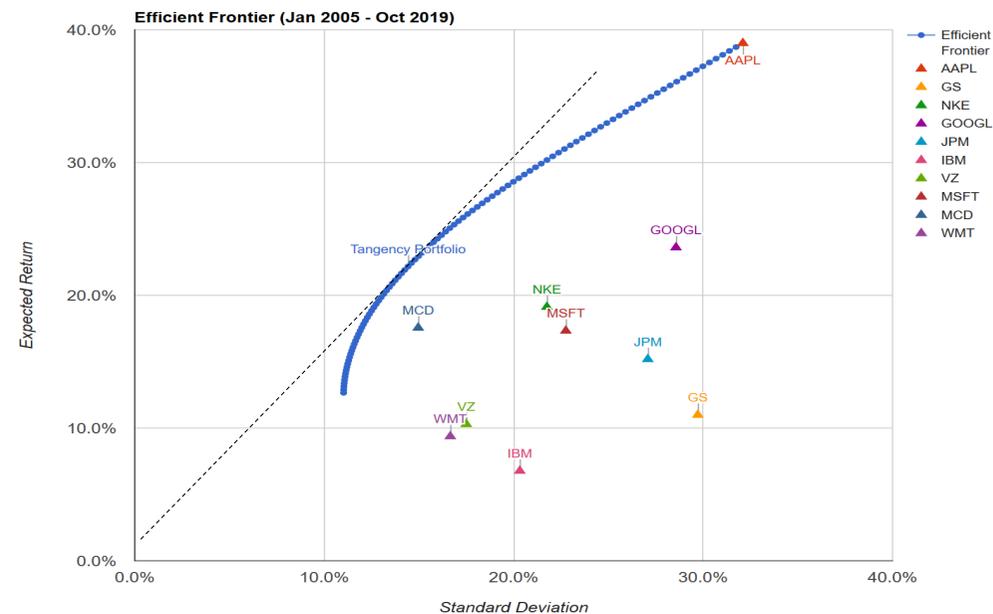
#	Asset	Expected Return (*)	Standard Deviation
1	Apple Inc. (AAPL)	38.99%	32.10%
2	Goldman Sachs Group, Inc. (GS)	10.99%	29.72%
3	Nike, Inc. (NKE)	19.12%	21.76%
4	Alphabet Inc. (GOOGL)	23.60%	28.57%
5	J P Morgan Chase & Co (JPM)	15.19%	27.08%
6	International Business Machines Corporation (IBM)	6.78%	20.33%
7	Verizon Communications Inc. (VZ)	10.30%	17.50%
8	Microsoft Corporation (MSFT)	17.33%	22.76%
9	McDonald's Corporation (MCD)	17.56%	14.96%
10	Walmart Inc (WMT)	9.38%	16.66%

8

Matrice de corrélation

Ticker	AAPL	GS	NKE	GOOGL	JPM	IBM	VZ	MSFT	MCD	WMT
AAPL	1.00	0.42	0.27	0.45	0.21	0.35	0.19	0.43	0.29	0.06
GS	0.42	1.00	0.33	0.45	0.65	0.43	0.19	0.45	0.22	0.16
NKE	0.27	0.33	1.00	0.26	0.39	0.32	0.16	0.34	0.29	0.21
GOOGL	0.45	0.45	0.26	1.00	0.30	0.28	0.26	0.48	0.24	0.10
JPM	0.21	0.65	0.39	0.30	1.00	0.39	0.12	0.44	0.22	0.21
IBM	0.35	0.43	0.32	0.28	0.39	1.00	0.13	0.32	0.22	0.16
VZ	0.19	0.19	0.16	0.26	0.12	0.13	1.00	0.36	0.36	0.32
MSFT	0.43	0.45	0.34	0.48	0.44	0.32	0.36	1.00	0.38	0.18
MCD	0.29	0.22	0.29	0.24	0.22	0.22	0.36	0.38	1.00	0.23
WMT	0.06	0.16	0.21	0.10	0.21	0.16	0.32	0.18	0.23	1.00

9



Frontière efficiente : son extrémité droite est associée à un portefeuille investi à 100% dans Apple

10

Ratios de Sharpe des titres

#	Asset	Sharpe Ratio (*)
1	Apple Inc. (AAPL)	1.175
2	Goldman Sachs Group, Inc. (GS)	0.327
3	Nike, Inc. (NKE)	0.821
4	Alphabet Inc. (GOOGL)	0.782
5	J P Morgan Chase & Co (JPM)	0.514
6	International Business Machines Corporation (IBM)	0.271
7	Verizon Communications Inc. (VZ)	0.516
8	Microsoft Corporation (MSFT)	0.706
9	McDonald's Corporation (MCD)	1.088
10	Walmart Inc (WMT)	0.487

11

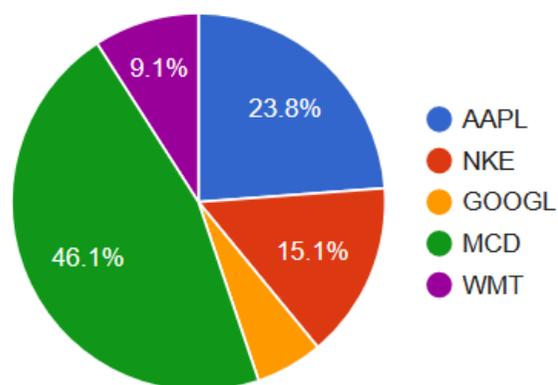
Seulement 5 actions retenues dans le portefeuille tangent

Tangency Portfolio

Ticker	Name
AAPL	Apple Inc.
NKE	Nike, Inc.
GOOGL	Alphabet Inc.
MCD	McDonald's Corporation
WMT	Walmart Inc

12

Composition du portefeuille tangent



Rentabilité moyenne : 22,7%
Écart-type du taux de rentabilité : 14,4%
Ratio de Sharpe : 1,45%

13

Validation du Médaf : premier rappel

- Si on considère un ensemble donné de titres risqués $i \in \{1, \dots, I\}$, un actif sans risque de taux r_f , il existe une relation affine entre les espérances de rentabilités des titres E_i et les Betas des titres, β_i par rapport au portefeuille tangent T :
- $E_i = r_f + \beta_i \times (E_T - r_f)$ avec $\beta_i = \frac{\text{COV}(r_i, r_T)}{\text{var}(r_T)}$
 - r_i, r_T rentabilités du titre i et du portefeuille tangent $E_T = E[r_T]$

14

Validation du Médaf : premier rappel

- $E_i = r_f + \beta_i \times (E_T - r_f)$ avec $\beta_i = \frac{\text{COV}(R_i, R_T)}{\text{var}(R_T)}$
 - *La relation précédente est vraie « dans la population », c'est-à-dire si on connaît les espérances, les écarts-types et les coefficients de corrélation*
 - *Elle est aussi vraie « dans l'échantillon », c'est-à-dire à partir d'espérances, écarts-types et coefficients de corrélation déterminés à partir d'un historique des rentabilités des actifs.*
 - **Fluctuations d'échantillonnage** : est-ce que l'échantillon est suffisamment proche de la population
 - **Stationnarité ?** Est-ce que les lois de probabilités adéquates pour représenter les rentabilités passées sont identiques à la loi de probabilité des rentabilités futures ?

15

Validation du Médaf : second rappel

- Si les investisseurs ont accès au même ensemble de titres, ont des préférences moyenne-variance et s'accordent sur les espérances de rentabilité et la matrice de variance-covariance
- Ils vont demander uniquement des portefeuilles constitués de l'actif sans risque et du portefeuille tangent
- On appelle portefeuille de marché M l'ensemble des titres risqués offerts aux investisseurs précédents
 - À l'exclusion des titres détenus par des investisseurs tiers (capitalisation flottante)
- L'équilibre demande/offre de titres implique $M = P$
- $E_i = r_f + \beta_i \times (E_M - r_f)$ avec $\beta_i = \frac{\text{COV}(r_i, r_M)}{\text{var}(r_M)}$

16

Validation du Médaf : les deux critiques de Roll

Validation du MEDAF : Les critiques de Roll



- Roll (1977) met en évidence deux difficultés importantes
 - *Le portefeuille de marché est difficilement observable*
 - *Le MEDAF est dans certains cas automatiquement vérifié !*
- Point 1 : Le portefeuille de marché n'est pas observable
 - *Aux US, 1/3 des actifs tangibles propriété d'entreprises, 1/3 des actifs des entreprises est financé par des actions*
 - *La valeur des actions ne représente donc que 10%*
 - *On utilise des approximations : indice S&P500, CAC40*
 - *Le modèle peut n'être pas vérifié parce que l'approximation du portefeuille de marché par un indice est mauvaise*

17

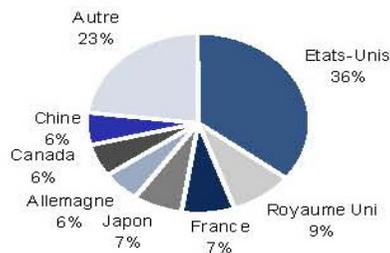
18

La théorie du marché du capital : portefeuille de marché ?

La théorie du marché du capital : portefeuille de marché ?

- Portefeuille de marché ?
- 250 premières capitalisations boursières mondiales
 - 1^{er} octobre 2008
 - *Prééminence des États-Unis*
- Capitalisation cumulée
 - *11 000 milliards \$*

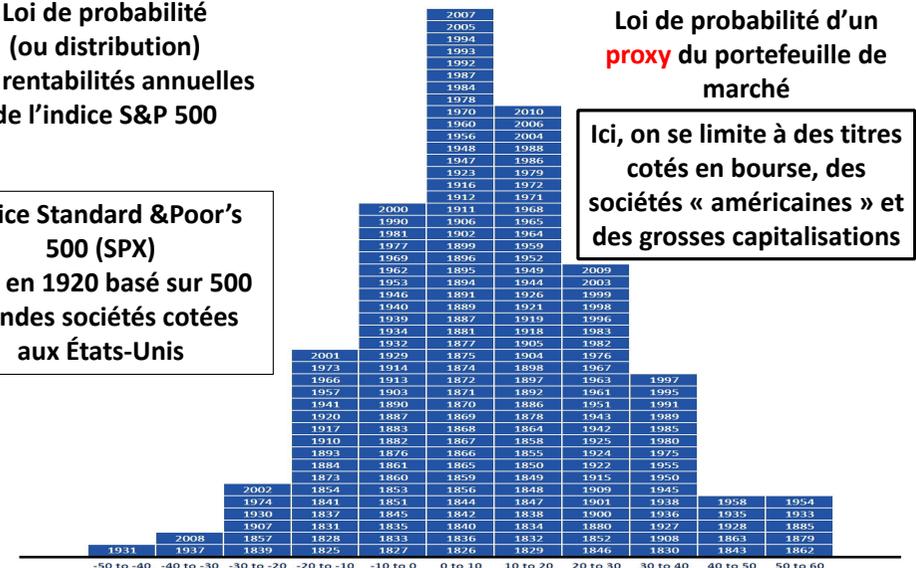
N°	Pays	Nom	Capitalisation boursière en M€
1	États-Unis	Exxon Mobil	287 484
2	Chine	Petrochina	232 755
3	États-Unis	Microsoft	171 168
4	États-Unis	Wal Mart	165 344
5	États-Unis	General Electric	157 369
6	États-Unis	Procter & Gamble	154 814
7	États-Unis	Berkshire Hathaway	152 674
8	Chine	ICBC	148 521
9	Hong Kong	China Mobile	146 932
10	Royaume-Uni	HSBC	136 984
11	États-Unis	Johnson & Johnson	135 294
12	Russie	Gazprom	125 113
13	Royaume-Uni	Shell	123 969
14	États-Unis	JP Morgan Chase	122 365
15	États-Unis	Bank of America	118 448
16	États-Unis	AT&T	117 717
17	Suisse	Nestlé	117 030
18	États-Unis	Chevron	116 736
19	Brsil	Petrobras	116 621
20	Chine	China Construction Bank	108 165
21	Royaume-Uni	BP	106 548
22	États-Unis	IBM	101 347
23	Japon	Toyota	100 534
24	Suisse	Novartis	99 964
25	Suisse	Roche	99 359
26	France	Total	98 018
27	États-Unis	Citigroup	91 192
28	États-Unis	Pfizer	90 461
29	Royaume-Uni	BHP Billiton	90 450
30	France	EDF	89 469



Loi de probabilité (ou distribution) des rentabilités annuelles de l'indice S&P 500

Indice Standard & Poor's 500 (SPX) créé en 1920 basé sur 500 grandes sociétés cotées aux États-Unis

S&P 500 INDEX: PERCENTAGE TOTAL RETURN (1825-2010)



Validation du MEDAF : Les critiques de Roll

- Point 1 : Titres offerts aux investisseurs : lesquels ?
 - *Portefeuille de marché conceptuellement mal défini*
 - *Si les investisseurs ont accès à un large univers de titres, Un indice large (Rusell 3000) est plus « probablement » efficient qu'un indice étroit (Dow Jones)*
 - *On peut utiliser des ETFs/Trackers pour dupliquer des indices pondérés par la capitalisation boursière flottante avec des coûts de transaction faible*
 - *Pour un même univers de titres, la frontière efficiente et le portefeuille tangent dépendent de la devise de référence*
 - *On doit raisonner conditionnellement à la détention d'actifs existants (résidence principale) : hétérogénéité entre investisseurs*

21

Validation du MEDAF : Les critiques de Roll

- Point 2 : $E_i - r_f - \beta_i \times (E_T - r_f)$, où T = portefeuille tangent est vraie pour tout portefeuille efficient.
- Le Médaf n'est pas « testable »
 - *On ne peut tester que l'efficience du portefeuille choisi comme proxy pour le « portefeuille de marché »*
 - *Les résultats empiriques montrent que les proxys ne sont pas efficientes.*
 - *Les portefeuilles tangents sont associés à des allocations irréalistes : achat et vente de titres pour des montants très supérieurs à la richesse disponible*
 - *Ils sont très dépendants des inputs (corrélations, espérances de rentabilités)*

22

Validation du MEDAF : Les critiques de Roll

- La bonne nouvelle, c'est que l'on peut avoir des relations du type du Médaf entre rentabilités espérées des actions et portefeuille de référence
- Si le portefeuille de référence est efficient (maximise le ratio de Sharpe) dans l'ensemble des titres considérés
 - *Par exemple, les titres de l'indice CAC40*
- Levy et Roll montrent qu'une petite modification des données en entrée, à l'intérieur des intervalles de confiance, peut rendre un proxy efficient
 - Levy & Roll (2010). The Market Portfolio May Be Mean/Variance Efficient After All: The Market Portfolio. *The Review of Financial Studies*

23

24

Test GRS (Gibbons, Ross & Shanken)

25

Validation du MEDAF : alpha de Jensen



Michael Jensen

- Définition de l'alpha de Jensen pour le titre i : α_i
- $\alpha_i = E_i - r_f - \beta_i \times (E_M - r_f)$
- E_i : rentabilité attendue du titre i
- r_f : taux sans risque
- $E_M - r_f$: prime de risque
- β_i : beta du titre i
- $\alpha_i = 0 \Leftrightarrow E_i = r_f + \beta_i \times (E_M - r_f)$
- Si l'alpha de Jensen est nul pour tous les titres, le Médaf est valide (et réciproquement)

26

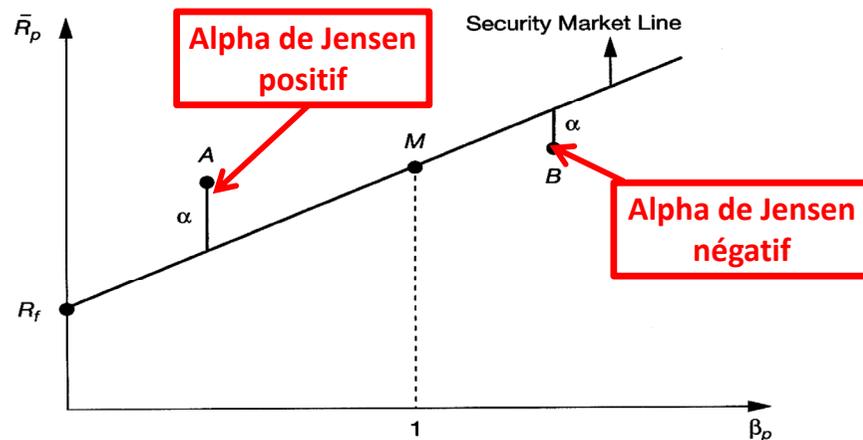
Validation du MEDAF

Michael Jensen

$$\alpha_i = E_i - r_f - \beta_i \times (E_M - r_f)$$

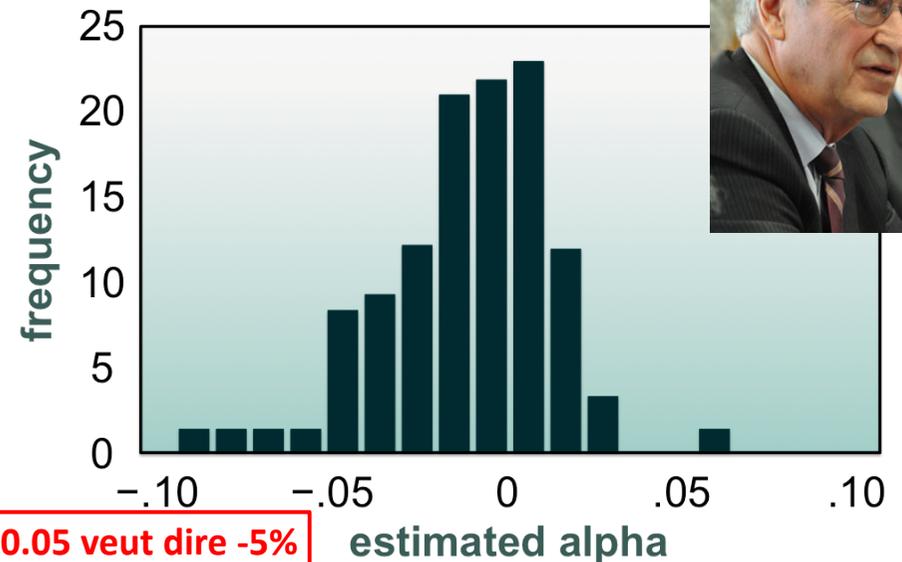
- Alpha de Jensen $\alpha_i = E_i - r_f - \beta_i \times (E_M - r_f)$

Graphique 5.7. – Écart entre le rendement du portefeuille et celui du marché à risque égal mesuré par β (méthode de Jensen)



27

Validation empirique du MEDAF



28

Validation du MEDAF

- On peut valider le Médaf en vérifiant que la relation $E_i = r_f + \beta_i \times (E_M - r_f)$ est vérifiée pour tous les titres i
- Ou de manière équivalente que les alphas de Jensen sont tous nuls

29

Validation du MEDAF

- On peut valider le Médaf en vérifiant la relation $E_i = r_f + \beta_i \times (E_M - r_f)$ pour tous les titres i
- Si on connaissait les termes précédents, la vérification serait facile
- Mais on ne connaît pas la loi de probabilité des rentabilités
 - *Dans les études économétriques, on travaille à partir d'historiques de rentabilités*
 - *Pour estimer les espérances des rentabilités, les bêtas*

30

Validation du MEDAF

- Test du Médaf à partir de régressions des rentabilités des titres sur la rentabilité du portefeuille de marché
- $r_{i,t} - r_{f,t} = \alpha_i + \beta_i \times (r_{M,t} - r_{f,t}) + \varepsilon_{i,t}$
 - *Droite caractéristique du titre i*
 - *H0 : tous les α_i de Jensen sont nuls*

31

Validation du MEDAF

- Cette approche, statistiquement valide, aboutit en général à un rejet du Médaf.
 - Campbell, Lo et MacKinlay, The Econometrics of Financial Markets
 - Gouriéroux, Scaillet, Szafarz, Econométrie de la finance: approches historiques IV.3
- Les alphas de Jensen significativement différents de zéro
 - Voir Bessembinder sur la rentabilité insuffisante des actions US : $\alpha_i < 0$ pour la plupart des titres et $\alpha_i \gg 0$ pour quelques titres
- Roll (1977) relativise le résultat précédent
 - *Ce qu'on rejette, ce n'est pas le Médaf, mais le caractère efficient du proxy retenu pour le portefeuille de marché*

32

Validation du MEDAF

- Gouriéroux, Scaillet, Szafarz, Économétrie de la finance: approches historiques IV.3



33

Validation du MEDAF

- Plusieurs stratégies pour tester l'efficacité d'un portefeuille
 - Vérifier que les alphas de Jensen des titres sont bien nuls
 - Vérifier que le portefeuille de marché maximise le ratio de Sharpe
 - Approche indiquée dans ces transparents
 - Vérifier directement que la composition du portefeuille est égale à la composition d'un portefeuille efficient
 - Approche non détaillée ici
- Pour un ensemble de titres donnés, le Médaf est valide si l'indice de marché est efficient.

34

Validation du MEDAF

- Gibbons, Ross, & Shanken (1989). A test of the efficiency of a given portfolio. *Econometrica*.

Econometrica, Vol. 57, No. 5 (September, 1989), 1121–1152

A TEST OF THE EFFICIENCY OF A GIVEN PORTFOLIO

BY MICHAEL R. GIBBONS, STEPHEN A. ROSS, AND JAY SHANKEN¹

35

Validation du MEDAF

- Le test d'efficacité de GRS (Gibbons, Ross et Shanken) est simple à calculer et intuitif
- Comparaison entre ratios de Sharpe du marché (du portefeuille tangent) et du portefeuille benchmark M
- $s_T^2 = s_M^2 + s_h^2$ et $s_h^2 = \left(\frac{\alpha_h}{\sigma_h}\right)^2$
- M est proche de T si $s_T^2 - s_M^2$ est proche de zéro ou de manière équivalente si α_h est proche de zéro.
 - α_h constante apparaissant dans la régression : $r_h - r_f = \alpha_h + \beta_h \times (r_M - r_f) + \varepsilon_h$
- On retrouve les deux caractérisations de l'efficacité de M
 - Maximisation du ratio de Sharpe
 - Nullité des alphas de Jensen

36

Validation du MEDAF

- α_h constante apparaissant dans la régression : $r_h - r_f = \alpha_h + \beta_h \times (r_M - r_f) + \varepsilon_h$
- Il semblerait que tester la nullité de α_h est associée à un simple test de Student où la statistique de test serait : $\frac{\hat{\alpha}_h}{\hat{\sigma}_h} = \hat{s}_h$
- Mais pour calculer la rentabilité du portefeuille orthogonal r_h , on a besoin des caractéristiques de risque des rentabilités
 - En effet, $r_h = (r_T - (1 - t)r_M)/t$
 - Avec $t = \frac{\text{Cov}(r_M - r_T, r_M)}{\text{Var}(r_M)}$
 - Et $r_T = x_T' r$ où $x_T = \frac{\Omega^{-1} \bar{E}}{e' \Omega^{-1} \bar{E}}$
 - On ne connaît que des estimateurs de ces quantités

37

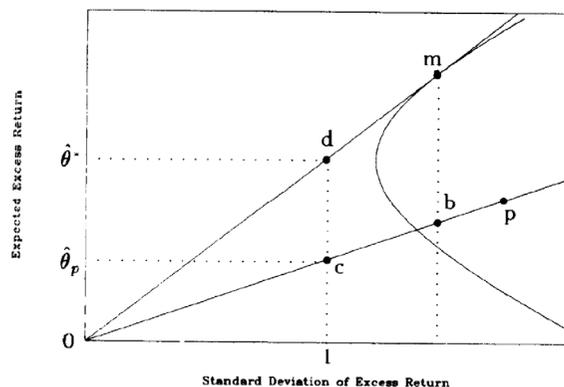
Validation du MEDAF

- Calcul de la statistique de test de Gibbons, Ross et Shanken
- $W = \frac{\hat{s}_T^2 - \hat{s}_M^2}{1 + \hat{s}_M^2}$, \hat{s}_T indique la contrepartie empirique de s_T
- **GRS (1989) : sous l'hypothèse nulle, $W \times \frac{T(T-n-1)}{(T-2)n}$ suit une loi de Fisher de degrés de liberté n et $T - n - 1$**
- T : nombre de dates où les rentabilités sont observées
- n : nombre d'actifs pour lesquels on teste la nullité des alphas
- $\hat{s}_T^2 - \hat{s}_M^2 = \left(\frac{\hat{\alpha}_h}{\hat{\sigma}_h}\right)^2$ est une indication de la déviation de $\hat{\alpha}_h$ par rapport à 0

38

Validation du MEDAF : Interprétation géométrique du test GRS

$$W = \frac{\hat{s}_T^2 - \hat{s}_M^2}{1 + \hat{s}_M^2} = \left(\frac{\sqrt{1 + \hat{s}_T^2}}{\sqrt{1 + \hat{s}_M^2}} \right)^2 - 1 = \left(\frac{Od}{Oc} \right)^2 - 1$$



39

Validation du MEDAF : Interprétation géométrique du test GRS

- Le test s'applique également aux modèles multifacteurs
- Modèle de Fama et French : trois portefeuilles r_M , SMB , HML
- Est-ce que l'on peut reproduire le portefeuille tangent avec ces trois portefeuilles
- On calcule le ratio de Sharpe pour l'ensemble des actifs \hat{s}_T et pour les trois actifs précédents \hat{s}_M
- \hat{s}_M : pente du portefeuille tangent quand on considère la frontière efficiente construite à partir des portefeuilles de F&M
- Ce qui permet à Fama et French de rejeter leur propre modèle

The F-test of Gibbons, Ross, and Shanken (GRS 1989) rejects the hypothesis that (1) explains the average returns on the 25 size-BE/ME portfolios at the 0.004 level. This rejection of the three-factor model is testimony to the explan-

40

Validation du MEDAF : Interprétation géométrique du test GRS

- <https://cran.r-project.org/web/packages/GRS.test/GRS.test.pdf>

Package ‘GRS.test’

October 12, 2022

Type Package

Title GRS Test for Portfolio Efficiency, Its Statistical Power Analysis, and Optimal Significance Level Calculation

Version 1.2

Date 2022-06-29

Author Jae H. Kim <jaekim8080@gmail.com>

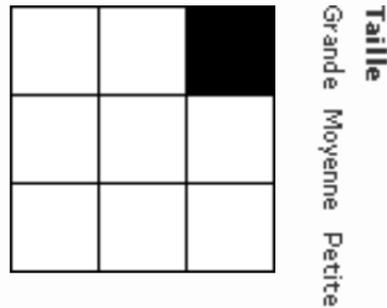
Maintainer Jae H. Kim <jaekim8080@gmail.com>

Description Computational resources for test proposed by Gibbons, Ross, Shanken (1989)<[DOI:10.2307/1913625](https://doi.org/10.2307/1913625)>. It also has the functions for the power analysis and the choice of the optimal level of significance. The optimal level is determined by minimizing the expected loss from hypothesis testing.

Style d'Investissement

Morningstar Style Box®

Actions



Valeur Mixte Croissance
Style

49

Benchmark

Benchmark du fonds

Euronext Paris CAC All Tradable NR EUR

Benchmark de la catégorie Morningstar

Euronext Paris CAC 40 NR EUR

Performance Annuelle

	31/10/2018							
	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	31/10
Performance	-14,01	23,42	24,89	4,59	24,20	2,84	13,66	-1,93
+/- Catégorie	1,65	4,63	3,50	2,65	11,20	-2,08	1,38	4,20
+/- Indice	0,27	4,59	3,94	2,86	13,27	-4,83	1,97	0,18
Classement dans la catégorie	32	28	12	12	1	77	29	16

50

Allianz Actions Aéquitas R C/D

- <http://www.morningstar.fr/fr/funds/snapshot/snapshot.aspx?id=F0GBR04N7E>

Volatilité 31/10/2018

Ecart-type 3 ans	10,97 %	Ratio de Sharpe 3 ans	0,52
Performance moyenne 3 ans	5,54 %		

Mesures de risque 31/10/2018 31/10/2018

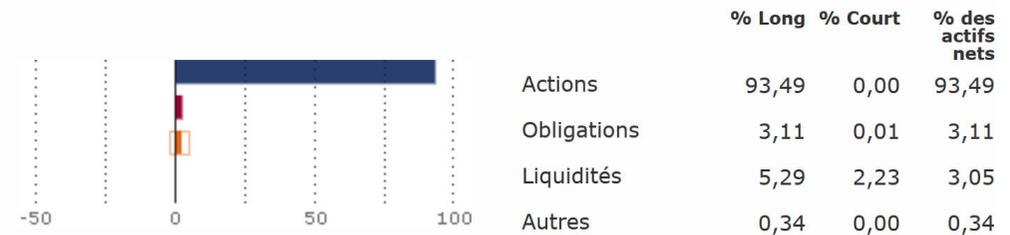
	Indice standard Euronext Paris CAC 40 NR EUR	Best Fit Index Euronext Paris CAC Mid 60 NR EUR
R ² 3 ans	78,38	83,21
Bêta 3 Ans	0,80	0,87
Alpha 3 Ans	1,93	-1,48

51

Allianz Actions Aéquitas R C/D

Répartition par type d'actif

30/09/2018



52

Répartition géographique

	% des actifs actions
Etats Unis	0,00
Canada	0,00
Amérique Latine	0,00
Royaume Uni	0,00
Eurozone	100,00
Europe - sauf Euro	0,00
Europe - Émergente	0,00
Afrique	0,00
Moyen Orient	0,00
Japon	0,00
Australasie	0,00
Asie - Pays Développés	0,00
Asie - Émergente	0,00

53

Allianz Actions Aéquitas R C/D

Répartition sectorielle

30/09/2018

	% des actifs actions	Par rap./cat.
 Matériaux de Base	3,13	0,45
 Consommation Cyclique	15,05	0,85
 Services Financiers	6,82	0,51
 Immobilier	1,78	1,07
 Consommation Défensive	11,98	1,51
 Santé	11,12	1,16
 Services de Communication	0,81	0,28
 Énergie	7,34	0,74
 Industriels	26,21	1,24
 Technologie	15,76	2,09

54

10 premières lignes du portefeuille

30/09/2018

Portefeuille

Nombre total de lignes actions	35
Nombre total de lignes obligations	0
Poids des 10 premières lignes (%)	51,99

Nom de la valeur	Secteur	Pays	% des actifs
⊕ Allianz Sécuricash SRI IC		France	7,39
⊕ Total SA		France	6,87
⊖ LVMH Moët Hennessy Louis Vuitton SE		France	5,60
⊕ Thales		France	5,13
⊖ Dassault Systemes SE		France	4,93
⊖ Pernod Ricard SA		France	4,64
⊖ Capgemini SE		France	4,56
⊖ Kering SA		France	4,40
⊕ Eiffage SA		France	4,38
Orpea SA		France	4,10

56

Validation du Médaf : Approches en deux étapes

57

Validation du MEDAF

- Approches en coupe (cross-sectional regressions)
 - Erreur sur les variables : Miller et Scholes (1972)
 - Utilisation de portefeuilles
 - Black, Jensen et Scholes (1972), Fama et MacBeth (1973)
- Vers des modèles multifacteurs ?
 - Influence du PER (Basu (1977)), effet « small caps » (Banz (1981)), ratio cours / valeur comptable (Fama et French (1992, 1993) ?
 - Problèmes méthodologiques
 - Instabilités temporelles
 - Biais de sélection ?
 - Data snooping biases : Lo et McKinlay (1990)

58

Validation du MEDAF : le temps des pionniers

- Principe de l'approche en coupe
- On doit vérifier que $E_i = r_f + \beta_i \times (E_M - r_f)$
 - Ou de manière équivalente $E_i - r_f = \beta_i \times (E_M - r_f)$
 - $E_i - r_f = E_i^*$: rentabilité espérée du titre i au-delà du taux sans risque
 - « Excess return »
 - On effectue une régression linéaire en coupe transversale
 - On regarde les rentabilités en fonction des titres
 - $E_i^* = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_i + \varepsilon_i$
 - On teste statistiquement l'hypothèse que $\gamma_0 = 0, \gamma_1 = E_M^*$
 - Approche intuitive et directe

59

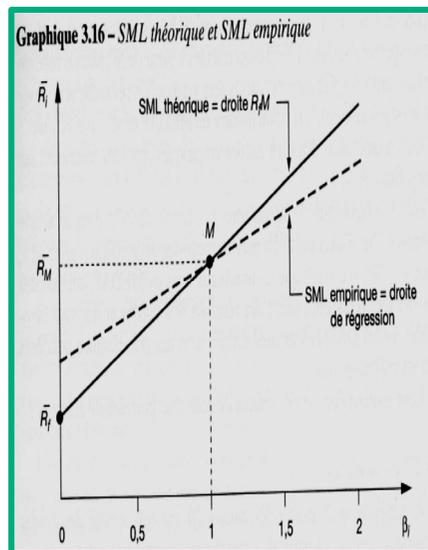
Validation du MEDAF : le temps des pionniers

- On doit vérifier que $E_i - r_f = \beta_i \times (E_M - r_f)$
 - On n'observe (au mieux) que r_f . Les autres quantités $E_i, \beta_i, E_M - r_f$ ne sont pas observées
 - Une idée intuitive consiste à les remplacer par des estimateurs calculés à partir de données historiques
 - \bar{E}_i^*, \bar{E}_M^* : moyennes historiques des rentabilités au-delà du taux sans risque r_f
 - $\hat{\beta}_i$: estimateur MCO (ou autre) de β_i
 - On teste alors la relation $\bar{E}_i^* = r_f + \hat{\beta}_i \times \bar{E}_M^*$
 - En faisant une nouvelle régression linéaire
 - $\bar{E}_i^* = a + b \times \hat{\beta}_i + u_i$
 - b devrait être égal à \bar{E}_M^* et a à 0

60

Validation du MEDAF : le temps des pionniers

- Miller et Scholes (1972) ont mis en évidence le problème suivant
 - Betas estimés \neq vrais betas
 - \Rightarrow Erreur sur les variables explicatives
- Conséquence
 - On **sous-estime** la pente de la SML et donc la **prime de risque** de marché
 - On **surestime** l'origine de la SML et donc le **taux sans risque**



61

Validation du MEDAF : le temps des pionniers

- Miller et Scholes (1972) et l'utilisation de titres individuels
 - « erreur sur les variables » (explicatives)
- Formalisation
 - $\bar{E}_i = a + b \times \hat{\beta}_i + u_i$
 - $\hat{\beta}_i = \beta_i + \eta_i$, bruit d'estimation de β_i (non corrélé avec $\hat{\beta}_i$)
 - L'estimateur des MCO de b est donné par $\frac{\text{Cov}(\bar{E}_i, \hat{\beta}_i)}{\text{Var}[\hat{\beta}_i]}$
 - En faisant l'hypothèse que le bruit η_i n'est pas corrélé avec \bar{E}_i
 - L'estimateur des MCO de b est donc égal à $\frac{\text{Cov}(\bar{E}_i, \beta_i)}{\text{Var}[\beta_i] + \text{Var}[\eta_i]}$
 - Et non pas $\frac{\text{Cov}(\bar{E}_i, \beta_i)}{\text{Var}[\beta_i]}$: sous-estimation de la prime de risque
 - Connaissant les termes précédents, on peut corriger le biais

62

Validation du MEDAF : approches en coupe

- Autre précaution méthodologique : in and out of sample
 - Black, Jensen, Scholes (1972) et Fama et MacBeth (1973)
- On détermine les $\hat{\beta}_i$ sur une première période d'estimation, dite in sample.
- Les rentabilités moyenne \bar{E}_i sont déterminées sur une période postérieure (out of sample).
- Les travaux initiaux s'apparentaient donc à un problème de prévision, reliant des quantités calculables
- Relation entre les Betas estimés à la première période et les rentabilités moyennes à la période suivante.

63

Validation du MEDAF : le temps des pionniers

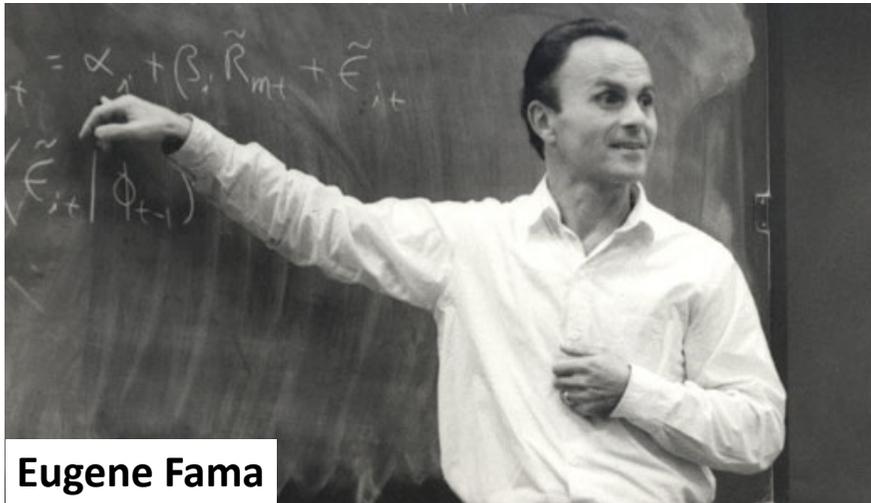
Eugène Fama



- Pour diminuer l'erreur sur le bêta estimé, on a considéré des portefeuilles de titres et pas des titres individuels
 - Black, Jensen et Scholes (1972), Fama et MacBeth (1973)
 - $r_{i,t} = \alpha_i + \beta_i r_{M,t} + \epsilon_{i,t}$
 - $\epsilon_{i,t}$, le risque spécifique est plus faible sur des portefeuilles
 - L'estimation du Beta est alors plus précise
 - On réduit l'importance du problème précédent d'erreur sur la variable explicative
- La plupart des études en coupe des années 70 ont repris cette première approche
 - Résultats trop beaux pour être vrais ?
 - Goffin, graphiques 3.13, 3.14, 3.15

64

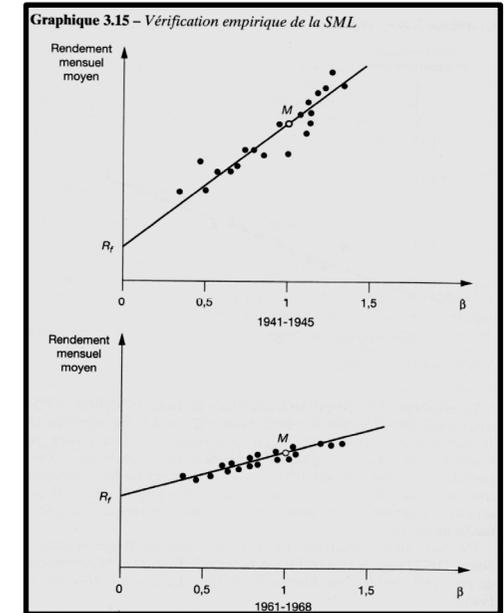
$$\tilde{r}_{i,t} = \alpha_i + \beta_i \tilde{r}_{m,t} + \tilde{\epsilon}_{i,t}$$



Eugene Fama

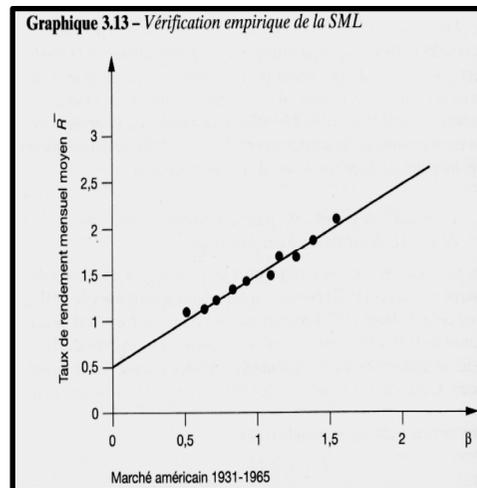
Validation du MEDAF : le temps des pionniers

- Relations linéaires entre rentabilités betas estimés et moyenne des rentabilités
 - Chaque point représente un portefeuille de titres
 - Ces portefeuilles sont constitués de titres de beta estimés homogènes
- Fama et MacBeth (1973)
 - Marché américain
 - 1941-1945 et 1961-1968
 - On remarque l'alignement remarquable des points



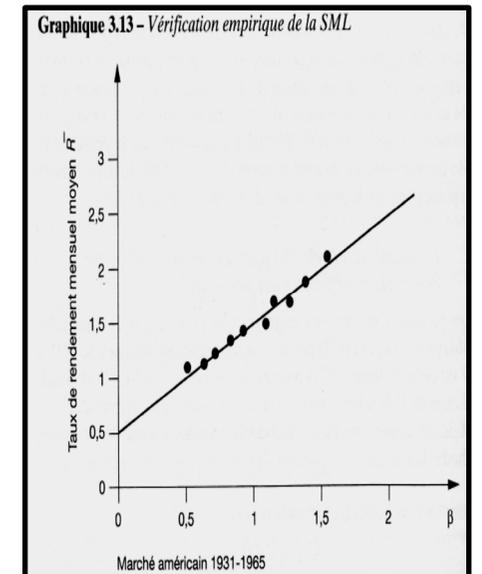
Validation du MEDAF : le temps des pionniers

- Black, Jensen et Scholes (1972)
 - Marché américain 1931-1965
 - Toujours le même remarquable alignement des points
 - Ici, le taux sans risque est de 5%, la prime de risque $E_M - r_f$ de 10%
 - La rentabilité attendue pour un titre de Beta égal à 1 est le « mythique » taux de 15%
 - Ce taux de rentabilité a servi de référence dans le monde de la finance jusqu'à la crise de 2008



Validation du MEDAF : le temps des pionniers

- Si on élimine tous les risques idiosyncratiques, alors on n'a plus que le portefeuille de marché et l'actif sans risque
- On est sur la CML
- Le Médaf est toujours vérifié sur la CML car les betas sont proportionnels à l'écart-type...
- On n'a donc rien démontré



Voir Lewellen, Nagel & Shanken (2010). A skeptical appraisal of asset pricing tests, *Journal of Financial Economics* pour une analyse approfondie de ce mécanisme.

Figures often beguile me, particularly when I have the arranging of them myself; in which case the remark attributed to Disraeli would often apply with justice and force: "There are three kinds of lies: lies, damned lies, and statistics." Mark Twain



Benjamin Disraeli



Winston Churchill

"The only statistics you can trust are the ones you have falsified yourself". Winston Churchill

<https://www.york.ac.uk/depts/math/histstat/lies.htm>

69

Validation du MEDAF : le temps des pionniers

- L'alignement des planètes vu dans le graphique précédent
 - Rentabilités réalisées en fonction des bêtas
- ... se retrouve systématiquement
- Les R^2 élevés mentionnés dans la littérature académique ne sont pas de bons indicateurs de la qualité d'un modèle
 - Lewellen, Nagel & Shanken (2010). A skeptical appraisal of asset pricing tests. *Journal of Financial Economics*.
 - Car les quantités observables, rentabilités, capitalisation boursière, price to book sont déterminées sont reliées linéairement par un petit nombre de « facteurs communs ».
- En revanche, il est plus difficile d'expliquer les évolutions du taux sans risque (origine), le niveau et les évolutions des primes de risque (pente).

70

Validation du MEDAF : approches en coupe, le temps des pionniers

- Utilisation de portefeuilles de titres pour tester le Médaf
 - Résultats trop beaux pour être vrais ?
 - Alignement presque parfait du nuage de points
 - Goffin, graphiques 3.13, 3.14, 3.15
- S'agit-il d'une validation empirique du Médaf ?
 - Supposons que $r_{i,t} = \alpha_i + \beta_i r_{M,t}$
 - Élimination du risque spécifique par diversification
 - $\rho_{iM} = 1$ corrélation parfaite entre les portefeuilles i et M
 - $r_{i,t} = \omega r_f + (1 - \omega) r_{M,t}$ en l'absence d'opportunités d'arbitrage
 - Le portefeuille i est sur la CML
 - $\bar{E}_i = \omega r_f + (1 - \omega) \bar{E}_M \Leftrightarrow \bar{E}_i = r_f + (1 - \omega) \times (\bar{E}_M - r_f)$
 - $\beta_i = 1 - \omega$, $\bar{E}_i = r_f + \beta_i \times (\bar{E}_M - r_f)$

71

Validation du MEDAF : approches en coupe, le temps des pionniers

- Black, Jensen et Scholes (1972) et de Fama et MacBeth (1973) vont dans le sens d'une relation linéaire entre betas et espérance de rentabilité
 - Mais, les pentes (prime de risque) et origine (taux sans risque) ne sont pas conformes à $E_i - r_f = \beta_i \times (E_M - r_f)$
 - Ces études vont globalement dans le sens de l'acceptation d'une version généralisée du MEDAF
 - Sans actif risqué, appelé version zéro-beta du MEDAF développée par Black (1972)
- Lo & MacKinlay (1990) ont soulevé un autre problème pouvant influencer sur l'estimation de la pente de la SML
 - Il s'agit d'un raisonnement assez similaire au biais de sélection déjà évoqué à propos du retour à la moyenne des Bêtas

72

Validation du MEDAF : approches en coupe

- Problèmes « résiduels » avec les approches en coupe
 - $E_i^* = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_i + \varepsilon_i$
 - Les ε_i sont corrélés entre eux
 - Il faut ajuster la procédure de test
 - Au passage, c'est une erreur courante, car elle est pratique
 - Les risques spécifiques ne sont pas corrélés avec le risque de marché, mais ils peuvent très bien être corrélés entre eux
 - Penser à Peugeot et Renault
 - La corrélation entre leurs rentabilités n'est qu'en partie liée au risque de marché (CAC40)
 - Elle dépend aussi de leur appartenance commune au secteur automobile
 - $\varepsilon_{\text{Peugeot}}$ et $\varepsilon_{\text{Renault}}$ sont positivement corrélés

73

74

75

76

Modèles multifacteurs ?

77

Modèles multifacteurs

- A niveau de Bêta donné, les chercheurs se sont intéressés aux performances de portefeuilles triés selon :
 - Leur niveau de PER ou P/E (*Price to Earnings Ratio*)
 - A valeur boursière et à Beta donné, un PER élevé indique que les cash-flows payés aux investisseurs sont plus éloignés dans le futur que si le PER est bas.
 - On parle alors de **valeur de croissance (growth)** par opposition aux **valeurs de rendement** dont le taux de croissance des cash-flows payés aux investisseurs est faible
 - On peut aussi considérer le Price to Book ratio (P/B), c'est-à-dire le rapport entre la valeur boursière des actions (Price) et leur valeur comptable (B)
 - Ratio élevé est associé à une valeur élevée des actifs intangibles (options de croissance), typique des valeurs de croissance

78

Modèles multifacteurs ?

- A niveau de Bêta donné, les chercheurs se sont intéressés aux performances de portefeuilles triés selon :
 - La capitalisation boursière des sociétés (*effet small caps*)
 - Actions de faible capitalisation (*small caps*) semblent surperformer celles à capitalisation élevée (*blue chips*)
 - Banz (1981), "The relationship between return and market value of common stocks".
 - L'effet *small caps* pourrait être un artefact statistique
 - La surperformance des *small caps* n'est plus pertinente si on regroupe également les actions en fonction du risque total (écart-type des rentabilités).
 - « *Data-instigated grouping procedures should be employed cautiously* ». Lo et MacKinlay (1990)

79

Modèles multifacteurs ?

- Fama et French ont eu l'idée de formaliser un modèle à 3 facteurs, qui semble être une « extension » du Médaf, mais dont la justification théorique est différente
 - « *Common risk factors in the returns on stocks and bonds* »
 - Fama et French, 1993, *Journal of Financial Economics*
 - Prolongement de Fama et French (1992), critiquant le MEDAF
- Outre un proxy du portefeuille de marché, Fama et French, considèrent deux portefeuilles complémentaires
 - *SMB* : "Small [market capitalization] Minus Big"
 - *SMB* : portefeuille long en *small caps*, short en *blue chips*.
 - *HML* : "High [book-to-market ratio] Minus Low"
 - *HML*; long en actions value short en actions growth

80

Modèles multifacteurs ?

- $r_{i,t} = \alpha_i + \beta_i r_{M,t} + \varepsilon_{i,t}$
 - $r_{i,t}$ rentabilité du titre i à la date t
 - $r_{M,t}$ rentabilité d'un portefeuille de référence « marché »
 - β_i : Beta (statique) du titre i
 - $\varepsilon_{i,t}$, résidu, risque spécifique, non corrélé avec $r_{M,t}$
 - Le modèle précédent s'appelle parfois « market model »
 - On travaille avec des rentabilités historiques et non pas avec des espérances de rentabilité comme dans le Médaf
 - Il s'agit d'un modèle linéaire
 - On peut estimer α_i et β_i par la méthode des moindres carrés ordinaires (sous certaines conditions, cf cours économétrie) → droite caractéristique.

81

Modèles multifacteurs ?

- $r_{i,t} = \alpha_i + \beta_i r_{M,t} + \varepsilon_{i,t}$
 - Il y a une seule variable « explicative » $r_{M,t}$ rentabilité d'un portefeuille de référence « marché »
 - Les $\varepsilon_{i,t}$ peuvent être corrélés
- $r_{i,t} = \alpha_i + \beta_i r_{M,t} + \varepsilon_{i,t}$, $i = 1, \dots, n$ (n nombre de titres)
 - Comme les résidus sont corrélés, on devrait estimer les Betas par la méthode dite des moindres carrés généralisés
 - **Même variable « explicative » pour toutes les équations** et si les $\varepsilon_{i,t}$ ne sont pas corrélés temporellement $\text{cov}(\varepsilon_{i,t}, \varepsilon_{i,t'}) = 0$ si $t \neq t'$, l'estimation par les moindres carrés ordinaires (MCO) équation par équation reste optimale

82

Modèles multifacteurs ?

- $r_{i,t} = \alpha_i + \beta_{iM} r_{M,t} + \beta_{iSMB} r_{SMB,t} + \beta_{iHML} r_{HML,t} + \varepsilon_{i,t}$
- $r_{SMB,t}$: rentabilité du portefeuille SMB
- $r_{HML,t}$: rentabilité du portefeuille HML
- On a trois Betas par titre.
- La variance du terme résiduel $\varepsilon_{i,t}$ diminue (logiquement) par rapport au modèle à une variable explicative
- On perd en parcimonie : « **les multiples ne doivent pas être utilisés sans nécessité** » (rasoir d'Occam)
 - Plus pragmatiquement, on peut avoir des betas instables au cours du temps et/ou non significatifs statistiquement. Amélioration des ajustements in sample, moins bon pouvoir prédictif

83

Guillaume d'Occam (v.1285-1349)

- ✦ Invincibilis doctor
- ✦ S'opposant à la fois aux théories de saint Thomas d'Aquin, de Duns Scot et des néoplatoniciens de son temps, il niait toute valeur réelle aux idées générales et abstraites, simples mots, et prônait une connaissance des choses singulières dans leur particularité propre. (Voir : querelle des universaux).



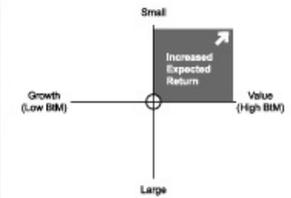
Modèles multifacteurs ?

- $r_{i,t} = \alpha_i + \beta_{iM}r_{M,t} + \beta_{iSMB}r_{SMB,t} + \beta_{iHML}r_{HML,t} + \varepsilon_{i,t}$
- $r_{SMB,t}$: rentabilité du portefeuille SMB
- $r_{HML,t}$: rentabilité du portefeuille HML
- Le point important est que les corrélations entre les termes résiduels $\varepsilon_{i,t}$ et $\varepsilon_{j,t}$ doivent diminuer (idéalement être nulles), si bien que ces risques résiduels peuvent être effectivement éliminés par diversification.
- $r_{i,t} = \alpha_i + \beta_{iM}r_{M,t} + \beta_{iSMB}r_{SMB,t} + \beta_{iHML}r_{HML,t}$
- Seuls les risques non diversifiables sont rémunérés
- $\bar{E}_i = r_f + \beta_{iM} \times (\bar{E}_i - r_f) + \beta_{iSMB} \times p_{SMB} + \beta_{iHML} \times p_{HML}$ où p_{SMB} et p_{HML} sont des primes de risques

85



THE THREE FACTOR MODEL



Eugene Fama et Ken French

86

Modèles multifacteurs ?

- Grand succès académique mais des controverses
 - « Common risk factors in the returns on stocks and bonds »
 - Fama et French, 1993, Journal of Financial Economics
 - Cité par 11 649 autres articles scientifiques en octobre 2013, 23546 fois en août 2020 ...
 - *Méthodologie contestée, y compris par les « adeptes » de cette approche*
 - *Instabilité temporelle des relations entre taille et/ou typologie des entreprises et rentabilités*
 - *Une fuite en avant : comme le modèle à trois facteurs perd de son pouvoir « explicatif » (si tant est qu'il en ait eu), on va « découvrir » de nouveaux facteurs et aggraver le problème*

87

Modèles multifacteurs ?

- Narrative fallacy (Taleb)
 - Confronté à l'étude de Banz sur l'effet taille, on peut dire :
 - « Small is beautiful » : management plus réactif des petites entreprises, capacités d'innovation plus grande, difficulté d'appréhension par les grands gérants de portefeuille, moindre suivi par les analystes financiers, prime d'illiquidité, etc.
 - qu'un spin-off est automatiquement créateur de valeur !
 - *Tendance du système 1 à chercher et à trouver toutes sortes d'explications (cad de causalités) séduisantes*
 - Système 1 : mécanisme associatif rapide de la pensée (Kahneman)
 - *En outre, on va commencer à multiplier les études pour confirmer ce qu'on a trouvé : Biais de confirmation*

88

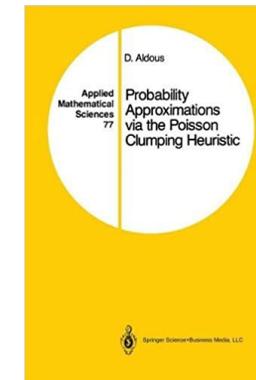
Modèles multifacteurs

- On s'intéresse à l'effet taille parce que l'on sait que :
 - Les petites valeurs ont eu une performance plus élevée
 - L'observation peut être un pur effet d'échantillonnage : chance
 - Cas particulier : valeurs américaines à un moment du 20^e siècle
- Data snooping : concept dû au statisticien David Aldous
 - On sélectionne des variables « explicatives » si elles apparaissent significatives
 - Illusion de la significativité statistique
 - January effect, Monday effect, week-end effect
 - Stratégies de placement conseillées aux investisseurs : on ne sélectionne que les stratégies qui ont passé avec succès les tests statistiques
 - Les tests statistiques usuels doivent être corrigés

89



David Aldous



Situation où l'on a une famille de statistiques de test $T(a)$ dont la distribution est connue sous l'hypothèse nulle, mais on choisit a en fonction des données (de l'échantillon)

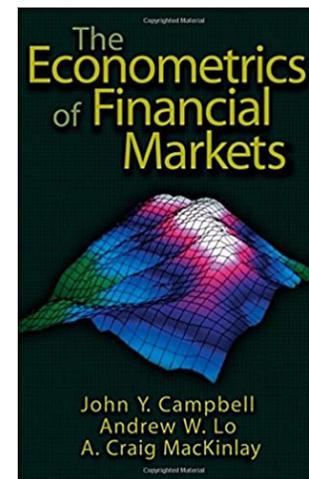
Exemple : taux sans risque nul, rentabilités d'un actif, supposées gaussiennes, de moyenne égale au taux sans risque) et de même écart-type pour tous les jours de la semaine (hypothèse nulle H_0 : pas de prime de risque) : $a \in \{L, Ma, Me, J, V\}$. Sous H_0 , le ratio de Sharpe (ratio entre moyenne et écart-type des rentabilités un jour de la semaine donné, a , suit une loi de Student $t(a)$. Si on choisit le jour de la semaine où le ratio de Sharpe est maximal, la statistique de test à utiliser est $\max_{a \in \{L, Ma, Me, J, V\}} t(a)$. Le seuil critique est plus élevé et l'« effet du lundi » disparaît.

90

Modèles multifacteurs

- Data snooping (suite)
 - Lo et MacKinlay (1990) pour les implications financières
 - Lo & MacKinlay (1990). [Data-snooping biases in tests of financial asset pricing models](#). *The Review of Financial Studies*
 - Supposons qu'il y ait, dans l'échantillon, une corrélation (qu'elle soit positive ou négative) entre la performance réalisée (rentabilité réalisée – rentabilité attendue selon le Médaf) et la capitalisation boursière (« taille »)
 - Cas fréquent, d'où l'introduction du facteur SMB « Small Minus Big » dans le modèle de Fama et French.
 - Si on classe les actions en fonction de la taille, on les classe en partie en fonction de la performance réalisée.
 - Ainsi, on va détecter de façon fallacieuse des sur (ou sous) performances anormales (statistiquement parlant) des actions de petite ou de grande taille
 - Et rejeter à tort le Médaf.

91

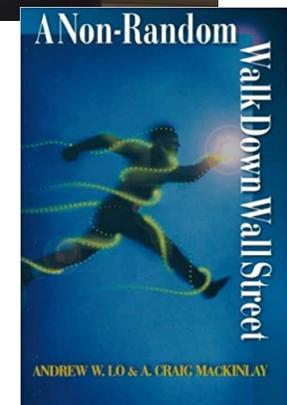


Adaptive Markets: Financial Evolution at the Speed of Thought

Andrew Lo



Craig MacKinlay



All this fits well with what the cognitive psychologists tell us is our natural individual predilection to **focus**, often **disproportionately** so, on the **unusual**.

This focus, both individually and institutionally, together with little control over the number of tests performed, creates a fertile environment for both **unintended selection bias** and for attaching greater significance to otherwise unbiased estimates than is justified.

Merton, R. C. (1985). On the current state of the stock market rationality hypothesis.



Robert Merton

Modèles multi-facteurs



Campbell Harvey

- Harvey, Liu & Zhu (2016). ... and the cross-section of expected returns. *The Review of Financial Studies*.
- Article reprenant les résultats de 313 articles sur la validation du Médaf, publiés dans les meilleures revues académiques et/ou présentés dans les conférences les plus prestigieuses.
 - 316 facteurs !
 - « *A zoo of new factors* » : Cochrane (1991)
 - Given the plethora of factors and the inevitable data mining, many of the historically discovered factors would be deemed “significant” by chance”
 - Many of the factors discovered in the field of finance are likely false discoveries
 - The assumption that researchers follow the rules of classical statistics is at odds with the notion of individual incentives

Classification des facteurs : facteurs liés à des dynamiques macro-financières

Risk type	Description	Examples
Common (113)	Financial (46)	Proxy for aggregate financial market movement, including market portfolio returns, volatility, squared market returns, etc.
	Macro (40)	Proxy for movement in macroeconomic fundamentals, including consumption, investment, inflation, etc.
	Microstructure (11)	Proxy for aggregate movements in market microstructure or financial market frictions, including liquidity, transaction costs, etc.
	Behavioral (3)	Proxy for aggregate movements in investor behavior, sentiment or behavior-driven systematic mispricing
	Accounting (8)	Proxy for aggregate movement in firm-level accounting variables, including payout yield, cash flow, etc.
	Other (5)	Proxy for aggregate movements that do not fall into the above categories, including momentum, investors' beliefs, etc.

Classification des facteurs : facteurs liés aux caractéristiques individuelles des sociétés cotées

Characteristics (202)	Financial (61)	Proxy for firm-level idiosyncratic financial risks, including volatility, extreme returns, etc.	Ang, Hodrick, Xing and Zhang (2006): idiosyncratic volatility; Bali, Cakici and Whitelaw (2011): extreme stock returns
	Microstructure (28)	Proxy for firm-level financial market frictions, including short sale restrictions, transaction costs, etc.	Jarrow (1980): short sale restrictions; Mayshar (1981): transaction costs
	Behavioral (3)	Proxy for firm-level behavioral biases, including analyst dispersion, media coverage, etc.	Diether, Malloy and Scherbina (2002): analyst dispersion; Fang and Peress (2009): media coverage
	Accounting (87)	Proxy for firm-level accounting variables, including PE ratio, debt to equity ratio, etc.	Basu (1977): PE ratio; Bhandari (1988): debt to equity ratio
	Other (24)	Proxy for firm-level variables that do not fall into the above categories, including political campaign contributions, ranking-related firm intangibles, etc.	Cooper, Gulen and Ovtchinnikov (2010): political campaign contributions; Edmans (2011): intangibles

Médaf : un modèle pour l'élite ?

97

Le Médaf : Un modèle pour l'élite ?



Le Médaf : des taux de rentabilité cibles trop élevés ?

- Le Médaf fixe des normes (seuils) de rentabilité pour les entreprises.
- Si les normes sont élevées et si le pouvoir est concentré entre les mains des actionnaires, il va en résulter :
 - Pressions sur les autres parties prenantes
 - Rentabilité à court terme au détriment de la confiance des clients (obsolescence programmée, fraudes)
 - Pression sur les salariés (conditions de travail, niveaux de rémunération)
 - Sous-traitants : externalisations, délocalisation vers des pays où les normes environnementales, sanitaires, sociales sont plus faibles
 - Sous-investissement

99

Le Médaf : un modèle pour l'élite ?

- Bessembinder (2018). Do stocks outperform treasury bills? *Journal of Financial Economics*.
- La totalité de l'accroissement de valeur des actions américaines est égale à la contribution des 4% des sociétés les plus performantes
- **58% des actions sous-performent par rapport à des placements non risqués (Treasury bills) sur un horizon de cent ans**



100



101

Le Médaf : un modèle pour l'élite ?

- Ceci rejoint l'analyse de Bouleau et Chorro sur les distributions de richesse inégales
 - Nous avons vu que l'offre de risque spécifique était nulle
 - Transparents et exercices sur le Médaf
 - Il s'agit donc d'un jeu à somme nulle
 - Les risques spécifiques sont non rémunérés (fair game)
 - Si les risques spécifiques sont non corrélés temporellement, on se retrouve dans un système de parieurs
 - Avec quelques risques spécifiques très élevés (rentabilités très élevées) et beaucoup de très faibles (trappes à pauvreté)
 - C'est l'un des effets étonnant d'une « loi du hasard » (un peu moins connue que la loi des grands nombres)

102

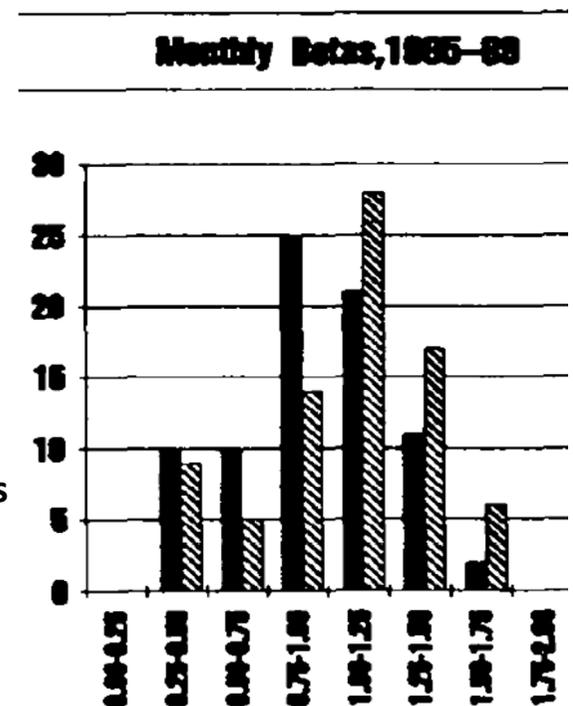
Le Médaf : un modèle pour l'élite ?

- L'analyse précédente est gênante pour le Médaf
- Si 58% des actions ont des performances inférieures au taux sans risque
 - $E_i = r_f + \beta_i \times (E_M - r_f) < r_f$
 - Et que la prime de risque de marché $E_M - r_f$ est positive
 - Alors, $\beta_i < 0$
 - Vijh (1994). S&P 500 trading strategies and stock betas. *The Review of Financial Studies*.
 - L'article précédent donne la distribution des betas des actions US

103

Betas des actions US
Calculés à partir de
rentabilités
Mensuelles (1985 – 89)
Betas des actions
appartenant à l'indice
S&P 500

Tous les betas sont positifs



104

Le Médaf : un modèle pour l'élite ?

- La grande majorité des actions US ont une rentabilité moyenne réalisée sur longue période (100 ans) inférieure à ce qui est prédit par le Médaf.
- En d'autres termes, si on utilise le Médaf pour définir des objectifs de rentabilité pour les entreprises, la plupart vont échouer.
- La valeur cible du taux de rentabilité n'est atteinte (en fait largement dépassée) que par un tout petit nombre d'entreprises.
- Question pratique : quels seront les Amazon, Google, Facebook, etc. de demain ?

Médaf et directions financières

109

Utilisation du Médaf par les entreprises

- Détermination des projets créateur de richesse ?
 - *Détermination du taux sans risque*
 - *Détermination des primes de risque*
 - *Détermination des Betas*
 - « *Add-ons* »
- L'étude de Graham et Harvey
- Un retour sur l'enquête de PWC auprès de directions financières d'entreprise

110

Utilisation du Médaf par les entreprises

- Détermination des projets créateur de richesse ?
 - Par exemple, le projet d'EDF de constructions de centrales nucléaires EPR en Grande-Bretagne est-il rentable ?
 - *Détermination du taux sans risque*
 - *Détermination des primes de risque*
 - *Détermination des Betas*
 - « *Add-ons* »

111

Utilisation du Médaf par les directions financières



Journal of Financial Economics 60 (2001) 187–243

JOURNAL OF
Financial
ECONOMICS

www.elsevier.com/locate/econbase

The theory and practice of corporate finance:
evidence from the field[☆]

John R. Graham^a, Campbell R. Harvey^{a,b,*}

^aFuqua School of Business, Duke University, Durham, NC 27708, USA

^bNational Bureau of Economic Research, Cambridge, MA 02912, USA

112

Utilisation du Médaf par les directions financières

Our first task is to determine how firms calculate the cost of equity capital. We explore whether firms use the capital asset pricing model (CAPM), a multi-beta CAPM (with extra risk factors in addition to the market beta), average historical returns, or a dividend discount model. The results in Table 3 and summarized in Fig. 3 indicate that the CAPM is by far the most popular method of estimating the cost of equity capital: 73.5% of respondents always or almost always use the CAPM (rating of 2.92; see also Fig. 1H). The second and third most popular methods are average stock returns and a multibeta CAPM, respectively. Few firms back the cost of equity out from a dividend discount model (rating of 0.91). This sharply contrasts with the findings of Gitman and Mercurio (1982) who survey 177 Fortune 1000 firms and find that only 29.9% of respondents use the CAPM “in some fashion” but find that 31.2% of the participants in their survey use a version of the dividend discount model to establish their cost of capital. More recently, Bruner et al. (1998) find that 85% of their 27 best-practice firms use the CAPM or a modified CAPM. While the CAPM is popular, we show later that it is not clear that the model is applied properly in practice. Of course, even if it is applied properly, it is not clear that the CAPM is a very good model (see Fama and French, 1992).

113

Le Médaf en pratique




pwc

À partir de données de

PRICEWATERHOUSECOOPERS 

<http://www.pwc.co.za/en/assets/pdf/valuation-methodology-survey-2015.pdf>

114

Le Médaf en pratique, détermination du taux d'actualisation



pwc

Q: In calculating an appropriate rate of return to apply to the future cash flows, which of the following methods are being used?

- Arbitrage pricing theory (APT)
- Capital asset pricing model (CAPM)
- Deductive models (such as dividend growth models and HOLT)

115

Le Médaf en pratique, détermination du taux d'actualisation

● Always ● Frequently ● Sometimes ● Never



Capital asset pricing model (CAPM)



Arbitrage pricing theory (APT)



Deductive models (such as dividend growth models and HOLT)

116

Le Médaf en pratique, détermination du taux d'actualisation

The 2014/15 survey once again confirms both the CAPM as the primary methodology, with all respondents stating that they always, frequently or sometimes use it, as well as the preference for risk-return models over deductive models.

117



Emplacements des sièges de PWC et de Ernst & Young à Londres dans le nouveau quartier d'affaires sur la berge sud de la Tamise



118

Le Médaf en pratique / taux sans risque

- Taux sans risque ? Taux des emprunts d'État ?
 - Bund 10 ans, T-Bond 30 ans, ...



119

Le Médaf en pratique / taux sans risque

- Détermination du taux sans risque ?
 - La lettre Vernimmen (12/2012) suggère de retenir des taux à court-terme et d'abandonner l'utilisation de taux longs.
 - http://www.vernimmen.net/Lire/Lettre_Vernimmen.php



120

Le Médaf en pratique / taux sans risque

http://netcoag.com/archivos/pablo_fernandez_mrp2013.pdf

RF	Number of answers	average	Median	St. Dev.
USA	2394	2.4%	2.2%	1.0%
Spain	804	4.4%	4.6%	0.9%
Germany	343	1.9%	2.0%	0.6%
United Kingdom	247	2.4%	2.1%	1.0%
Italy	205	4.4%	4.5%	0.6%
France	134	2.0%	2.0%	1.0%
Switzerland	113	1.3%	1.3%	0.3%
Brazil	112	5.9%	4.9%	2.4%
Canada	110	2.0%	2.0%	0.5%
China	95	3.8%	4.0%	0.6%
Portugal	52	5.1%	5.2%	0.8%
Norway	51	2.4%	2.2%	1.2%
Greece	50	9.6%	10.0%	1.3%
Sweden	50	2.3%	2.0%	1.2%
Belgium	48	2.4%	2.2%	1.2%



121

Le Médaf en pratique / taux sans risque

- Taux sans risque pour les italiens : 4,4% (en moyenne)
- Taux sans risque en France (même monnaie), 2%...



- *Risque de défaut intégré dans le taux sans risque*
- *Ça ne colle pas avec l'idée d'un taux sans risque*

Données 2013

122

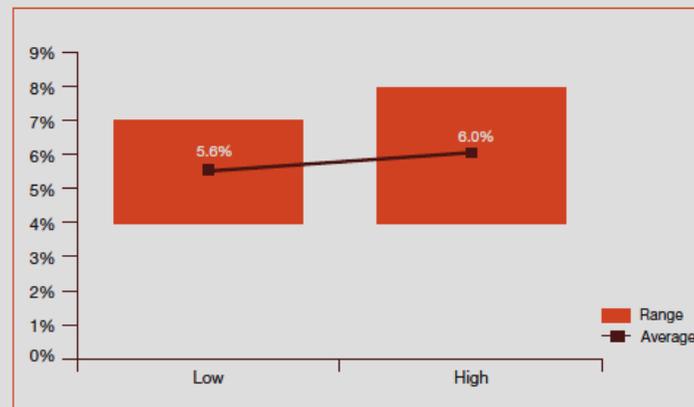
PRICEWATERHOUSECOOPERS 

Le Médaf en pratique / prime de risque

Question:

What market risk premium do you use when making use of the capital asset pricing model (CAPM)?

Average market risk premium estimate



123

Le Médaf en pratique

- D'où viennent les Betas ?



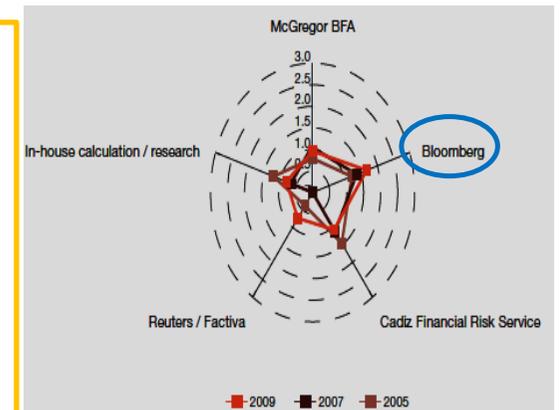
Prédominance de Bloomberg

Peu de calculs internes par les directions financières ou les analystes

Choix du proxy pour le portefeuille de marché
En général un indice d'actions local large ou étroit

Très rarement un indice international
MSCI : Morgan Stanley Capital International

<http://www.msci.com/>



124

Le Médaf en pratique / « add-ons »

Question:

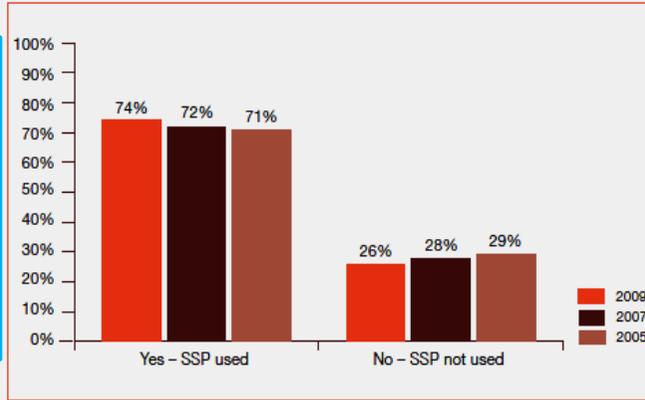
Do you adjust the CAPM rate of return by a premium that reflects the extra risk of an investment in a small company?

- Yes
- No

Les responsables financiers (directeurs et analystes) pénalisent les petites sociétés
Taux de rentabilité exigés plus élevés

Toujours la croyance en la performance des smalls caps ...

Use of a small stock premium



Le Médaf en pratique / « add-ons »

Question:

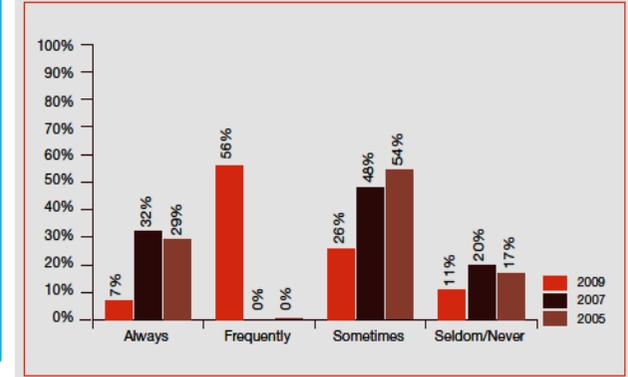
Do you adjust the CAPM rate of return by a premium that reflects unique risks to the extent that such risks could not be modelled in the forecast cash flows?

Les responsables financiers (directeurs et analystes) demandent parfois des rentabilités plus élevées quand le risque spécifique est plus élevé

Le Médaf fournit un taux de rentabilité « de base »

Auquel on ajoute diverses primes

Use of a specific risk premium



Le Médaf en pratique / « add-ons »

Les responsables financiers (directeurs et analystes) demandent souvent des rentabilités plus élevées quand le risque spécifique est plus élevé

Les sources de risques spécifiques mentionnées :
Dépendance excessive de l'entreprise par rapport à son dirigeant
Un seul client ou fournisseur
Croissance anticipée des profits très rapide

Question:

Under which conditions would you consider applying a specific risk premium?

- Dependence on key management
- One key customer or supplier
- Lack of track record
- Significant growth expectations
- Other

Specific risk factors considered



Médaf et finance d'entreprise / « add-ons »

Les responsables financiers (directeurs et analystes) demandent souvent des rentabilités plus élevées quand le risque spécifique est plus élevé

Les sources de risques spécifiques mentionnées

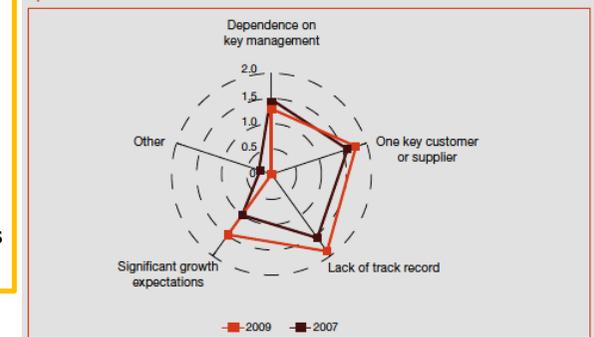
Dépendance excessive de l'entreprise par rapport à son dirigeant
Un seul client ou fournisseur
Pas de « track record »
Croissance anticipée des profits très rapide

Question:

Under which conditions would you consider applying a specific risk premium?

- Dependence on key management
- One key customer or supplier
- Lack of track record
- Significant growth expectations
- Other

Specific risk factors considered



Average specific risk premium

	Low	High
Average 2009	8%	32%
Average 2007	6%	29%

Le Médaf en pratique / « add-ons »

Le Médaf en pratique / « add-ons »

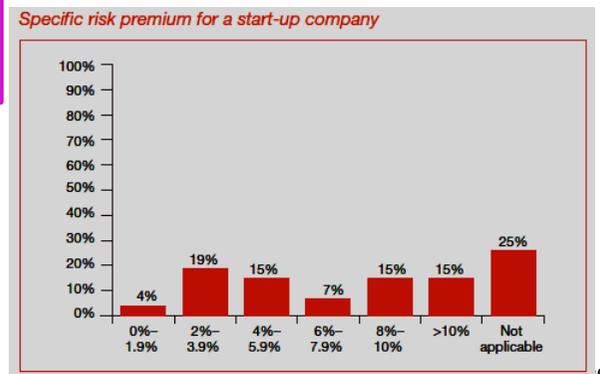
Les startup sont particulièrement pénalisées

Il y a une extrême diversité des pratiques et des primes spécifiques demandées aux startup « à la tête du client »



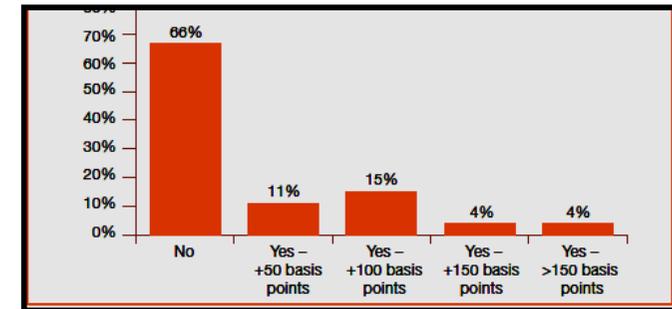
Question:
If you include a specific risk premium for start-up companies, what percentage would you normally add to the cost of capital?

- 0% – 1.9%
- 2% – 3.9%
- 4% – 5.9%
- 6% – 7.9%
- 8% – 10%
- More than 10%
- Not applicable



■ Enquête de PWC (suite)

- Impact de la crise de 2008 sur les primes de risque $E_M - R_f$
- Pour 2/3 des répondants, non. Pour 1/3 oui
- Double peine : les professionnels de la financer rajoutent une prime de liquidité au taux sans risque, en temps de crise
 - Comportement amplificateur de crise des techniques financières



Le Médaf en pratique

- « CAPM: an absurd model »
 - Fernandez (2014), IESE Business School
 - http://papers.ssrn.com/sol3/Papers.cfm?abstract_id=2505597
 - Critique radicale, mais très documentée des différents problèmes liés à la mise en œuvre du Médaf
 - Primes de risque bien sûr
 - Mais aussi estimation des Betas
 - Article intéressant pour mieux comprendre les problèmes pratiques liés à l'utilisation du Médaf
- Médaf : un modèle très utile, car simple, mais qui doit être bien maîtrisé : calcul des bêtas, des primes de risque