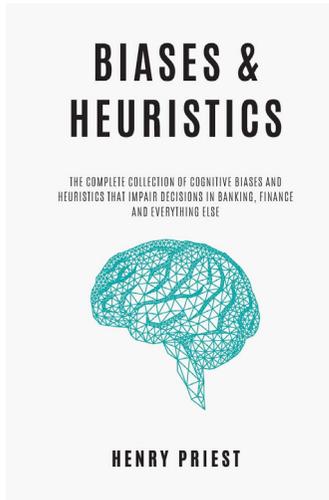


Traitement de l'information et aléatoire



1

Traitement de l'information financière

- Cognition et perception
- Systèmes cognitifs et probabilité
- Reconnaître l'aléatoire : biais de représentativité
- Suites aléatoires : gambler's fallacy, hot hands fallacy
- Dissonance cognitive
- Biais rétrospectif (narrative fallacies)
- Biais de confirmation
- Bases biologiques
- Corrélation et causalité (éléments introductifs à compléter)

2

Rappels sur l'aléatoire

- Ce qui est calculable ou déterminé par une règle, un algorithme est non aléatoire.
 - Exemple : une relation de récurrence
 - L'aléatoire ne peut pas être construit
 - « Pas de loi effective de production »
 - (petite) infinité de nombres calculables
 - Ils sont dénombrables
 - probabilité nulle qu'une suite binaire soit déterminée par une règle
 - Les suites non-aléatoires forment un ensemble plus grand
 - Non dénombrable
 - Mais à nouveau de probabilité (mesure) nulle
 - L'aléatoire est donc la norme, pas l'exception
 - Dieu aime jouer aux dés ...

3

Rappels sur l'aléatoire

- On ne peut pas construire, mais on peut définir des suites (binaires) aléatoires
 - Par exemple, les suites Omega de Chaitin
 - Il y en a beaucoup (une infinité dénombrable) ...
- Il n'y a pas de test statistique permettant de savoir si une suite est aléatoire
 - Pour tout test statistique, on peut trouver une suite non aléatoire qui le passe avec succès ...
 - Dans l'approche « moderne », il faut une infinité de tests pour montrer que la suite est aléatoire (Martin-Löf)
 - Quid de la pratique ?!
 - Toute sous-suite finie d'une suite quelconque (éventuellement non aléatoire) est aussi une sous-suite d'une suite aléatoire

4

Rappels sur l'aléatoire

- Il n'y a pas de test statistique permettant de savoir si une suite est aléatoire
 - *Inférence Classique (Neyman Pearson) : on teste des implications de l'hypothèse nulle*
 - Par exemple : nullité des autocorrélations
 - Donc, pas l'hypothèse nulle
 - *Implications aussi vérifiées sous l'hypothèse alternative*
 - *Hypothèse alternative mal spécifiée : un grand nombre des possibilités de suites non aléatoires*
 - *Calcul du risque de seconde espèce ?*
- On peut facilement « mettre en échec » les tests usuels
 - *Faire passer pour de l'aléatoire ce qui ne l'est pas et vice-versa*

5

Rappels sur l'aléatoire

- Aléatoire et théorie bayésienne de la confirmation (TBC)
 - *TBC fonctionne (dans une certaine mesure) dans le monde animal*
 - *Pas du tout avec la finance (et/ou les suites aléatoires)*
 - *Si suite aléatoire, une longue série de hausses n'augmente pas du tout l'hypothèse d'une tendance haussière.*
- Problème méthodologique et déontologique
 - *Nombre de résultats empiriques en finance apparaissent aujourd'hui comme de potentiels « fake »*

6

Biais cognitifs : comment reconnaître l'aléatoire ?

00111000110010000100	01000101001100010100
00100010001000000001	11101001100011110100
00110010101100001111	01110100011000110111
11001100010101100100	10001001011011011100
10001000000011111001	01100100010010000100

Quelle est la **suite de nombres** qui peut être considérée comme **aléatoire** et quelle est celle qui provient d'un humain d'intelligence moyenne qui cherche à reproduire l'aléatoire ?

7

Student 1:

THHHTHTTTTHTTHTTTTHHTHTTHT
HHHTHTHHHTTTHHTTTTHTTTHTH
TTHHTTTTTTTTHTHHHHHTHTHTH
THTHTHHHHHTHTTTTTHTTTHHTH

Student 2:

HTTHTTHTHHTTHTHTTTHHTTHTT
HTTHHHTTHTTHTHTHTHTTHTTHTH
THTHTHTHHHTTHTHTHTHTHTTTT
HTHHTHTHTHTHTTHTHTTHTTHTT

Reconnaître le hasard: On demande à deux étudiants de jouer à pile ou face (H Heads T Tails)

Est-ce que les étudiants ont vraiment lancé des pièces ?

Comment savoir si l'un des deux a « triché » ?

Voir plus loin dans ces transparents pour répondre presque immédiatement à cette question.

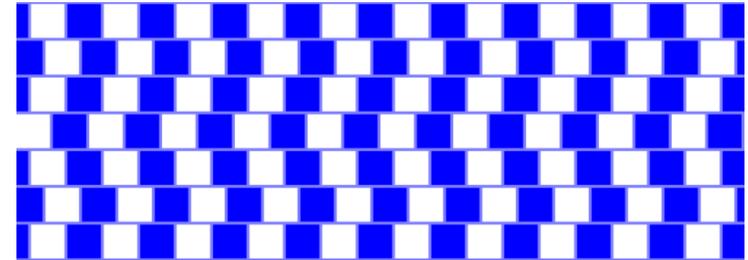
8

Cognition et perception

9

Cognition et perception

- Illusions visuelles sont spectaculaires : perception bistable
- Ce qui est perçu est (aussi) construit
- Ci-dessous, une image illustrant l'illusion « du mur de café »
- Les lignes séparant les carrés sont parallèles, mais même en le sachant, on ne peut s'empêcher d'y voir autrement



- Les biais cognitifs sont de même nature

10

« Nous supposons que tous les hommes conçoivent et sentent de la même sorte les objets qui se présentent à eux : mais nous le supposons bien gratuitement ; car nous n'en avons aucune preuve. Je vois bien qu'on applique les mêmes mots dans les mêmes occasions et que toutes les fois que deux hommes voient, par exemple, de la neige, ils expriment tous deux la vue de ce même objet par les mêmes mots, en disant l'un et l'autre qu'elle est blanche : et de cette conformité d'application on tire une puissante conjecture d'une conformité d'idée ; mais cela n'est pas absolument convainquant, quoiqu'il y ait bien à parier pour l'affirmative. »

*Pensées de M. Pascal sur la religion
et sur quelques autres sujets,*

*Qui ont été trouvées après sa mort
parmi ses papiers. Nouvelle édition augmentée
de plusieurs pensées du même auteur,*

Paris, 1678, p. 318-319.



11

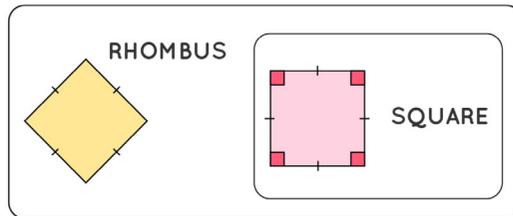
Perception, cognition et biais cognitifs

- Un des intérêts de l'analyse des biais cognitifs est de montrer que la perception est un processus de traitement de l'information
- Ce qui est perçu par nos sens, par exemple la vision, est traité, analysé par notre cerveau
- En fonction d'apprentissages (mécanisme bayésien)
 - C'est ce qui permet de reconnaître une forme, un visage, un « pattern » (motif)
 - ≠ réalisme naïf
- Cela dépend de la manière dont les choses nous apparaissent (encodage)
- Quid des motifs boursiers ?

12

Cognition et perception

- Le mode de présentation de la forme influe sur notre perception et la caractérisation de la forme

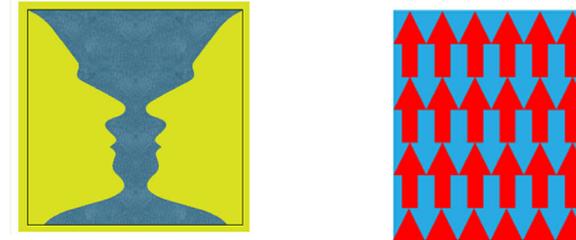


- La forme de gauche est perçue comme un losange, alors que celle de droite comme un carré
 - Les deux sont pourtant identiques
 - On repère d'abord soit les égalités entre les côtés, soit les angles droits

13

Cognition et perception

- Notre cerveau ne peut reconstruire qu'une image et pas une superposition d'images (d'états)



- Vase ou deux visages en miroir ?
- Flèches montantes ou descendantes ?

14

Cognition et perception

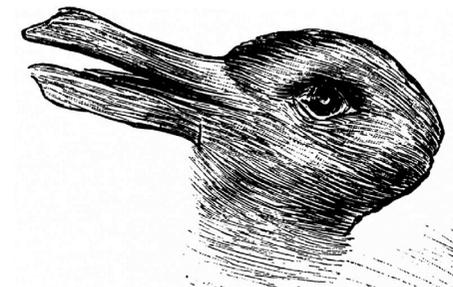
- Jeune fille ou vieille femme ?



15

Cognition et perception

- Reprenons la célèbre image du canard lapin de Jastrow

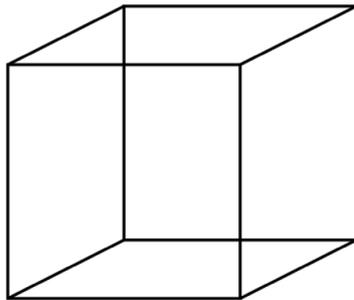


- Croit-on ce que l'on voit, ou voit-on ce que l'on croit ? »
 - « Il nous est également possible de voir l'illustration une fois comme telle chose, une autre fois comme telle autre chose. — Nous l'interprétons donc, et nous la voyons comme nous l'interprétons ».
 - Wittgenstein, Investigations Philosophiques

16

Cognition et perception

- Cubes de Necker : perception multistable

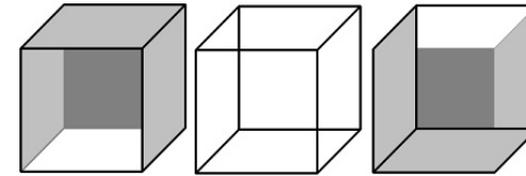


- En regardant le cube, on voit une alternance entre deux points de vue
- L'oscillation ne peut être contrôlée par la volonté

17

Cognition et perception

- Cube de Necker : les deux visions possibles

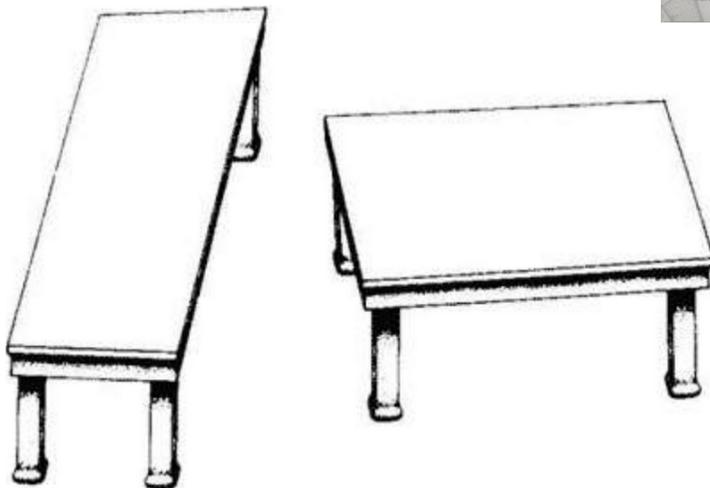
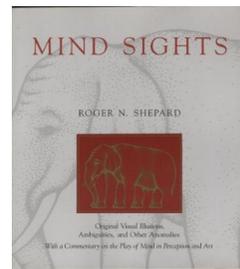


- Cette superposition des deux états illustre l'aléatoire
 - Etat de cohérence d'une particule qui n'est pas en interaction avec un dispositif d'observation (expérimental)
 - La pièce non encore lancée est en puissance pile ou face
 - A nouveau le problème des futurs contingents d'Aristote
 - Pas de bivalence entre pile et face (pile **ou bien** face)

18

Cognition et perception

- Deux tables (R. N. Shepard (1990), Mind Sights)



19

Cognition et perception

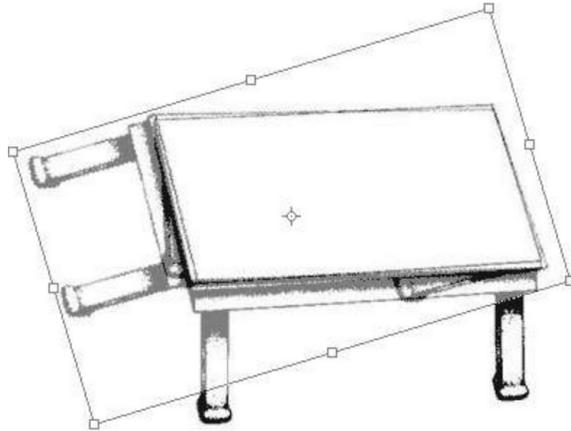
- Nous voyons la table de gauche plus longue et étroite que celle de droite
 - Une estimation moyenne est que
 - La table de gauche est trois fois plus longue que large
 - Celle de droite est une fois et demi plus longue que large
 - En fait, les dimensions des deux tables sont identiques
 - Biais visuel
 - Il ne suffit pas de voir pour croire ...
 - Il s'agit d'une erreur de jugement
 - Celui qui la commet est pourtant persuadé qu'il a raison
 - Dès des raisonnements statistiques et de prise de risque sont en jeu, ce type de biais est fréquent

20

Cognition et perception

- Deux tables (R. N. Shepard (1990), Mind Sights)

L'incrédulité de Saint Thomas



Parce que tu m'as vu, tu as
cru. Heureux ceux qui n'ont
pas vu, et qui ont cru !

Jean 20, 29

21

22

23

24

Systemes cognitifs et probabilites

25

Systemes cognitifs et probabilites

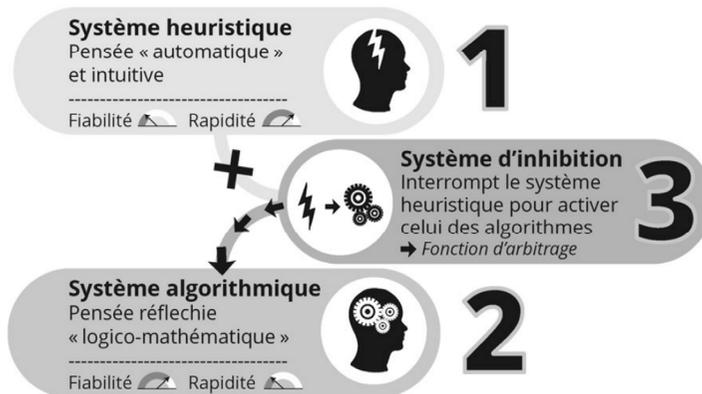
- On va s'intéresser aux mécanismes de raisonnement en présence d'incertitude
- En particulier aux jugements de probabilité et à nos capacités prédictives
- Il peut être mis en évidence de nombreux biais cognitifs
- Il est extrêmement difficile, même avec une « bonne éducation » statistique d'y échapper.
- Le caractère systématique de ces biais donne à penser que l'irrationalité qui en découle a des impacts sur le fonctionnement des marchés financiers.
- Par exemple, un courant de la finance comportementale s'intéresse à la surréaction (supposée) des marchés financiers à l'arrivée de nouvelles informations sur les actions

26

Systeme(s) cognitif(s), raisonnement et traitement des informations

Fig. 6. – Les circuits de l'intelligence humaine

Heuristiques approximatives (système 1, Daniel Kahneman), algorithmes logiques exacts (système 2, Jean Piaget) et inhibition ou contrôle inhibiteur (système 3, Olivier Houdé).



Houdé, O. (2021). L'intelligence. Que sais-je.

27

Systeme cognitif et apprehension de l'aléatoire

- Quand il s'agit de prendre des décisions financières
 - Acheter ou vendre des actions pour tenter de battre le marché
 - Choisir des titres financiers pour constituer un portefeuille
 - Décider ou pas de couvrir un risque de change
- D'analyser les performances financières d'une entreprise
 - A partir d'indicateurs financiers et comptables
 - En fonction des avis des analystes financiers
 - De l'état d'esprit des investisseurs
- On doit analyser de grandes quantités d'information qualitative ou quantitative
 - Donc à faire des prévisions, des évaluations, des inférences, des raisonnements
 - Procédons-nous de manière rationnelle ? Biais cognitifs ?

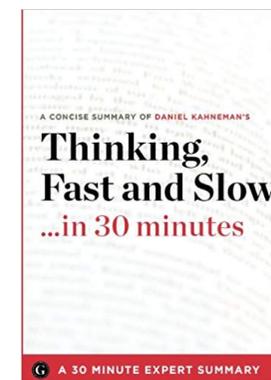
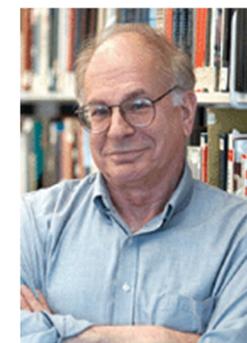
28



Ouvrages complétant utilement celui de Daniel Kahneman. Sans être porté spécifiquement sur la finance, le livre de Pinker s'y applique directement. L'ouvrage cité de Bronner porte plus spécifiquement sur les erreurs de raisonnement

Biais cognitifs

- Des biais cognitifs ont été mis en évidence par les psychologues et les économistes
 - *Finance comportementale*
- Daniel Kahneman étudie les mécanismes cognitifs et les constructions déformées du passé et de l'avenir
 - *Biais de reconstruction, biais d'optimisme*
- Examine la prise de décision financière en faisant le lien entre psychologie, microéconomie et développement du capitalisme
 - *Part III Overconfidence*
 - *Part IV Choices*



Biais cognitifs

- Mise en perspective de la théorie de l'utilité espérée
 - *De Von Neumann et Morgenstern*
 - *Cadre standard de la théorie microéconomique pour les décisions d'investissement*
- Et de ses limites en matière de gestion des risques
 - *Aversion aux pertes*
 - *Cadrage en gros plan*
 - *Concepts très utiles pour tout décideur financier*



Biais cognitifs

- Pour que des biais aboutissent à une inefficience informationnelle, il faut qu'ils soient systématiques
 - *Tout le monde se trompe et se trompe dans le même sens*
 - *Différencier biais et bruit*
 - *Aspect intersubjectif (non spécifique à un individu)*
 - *Soit des défauts de raisonnement dans l'analyse des données financières partagés par tout le monde*
 - Kahneman et Tversky, psychologues cognitivistes et économistes
 - *Soit des illusions collectives, dont l'analyse relève de la psychologie sociale*
 - *Effet autocin tique* : Un point lumineux fixe, dans le noir, peut paraître en mouvement. Illusion d'optique bien connue
 - *Muzaref Sherif (1935)* : Lorsque les participants sont plusieurs dans la salle, on observe une convergence des réponses (mimétisme d'opinion).

Biais cognitifs

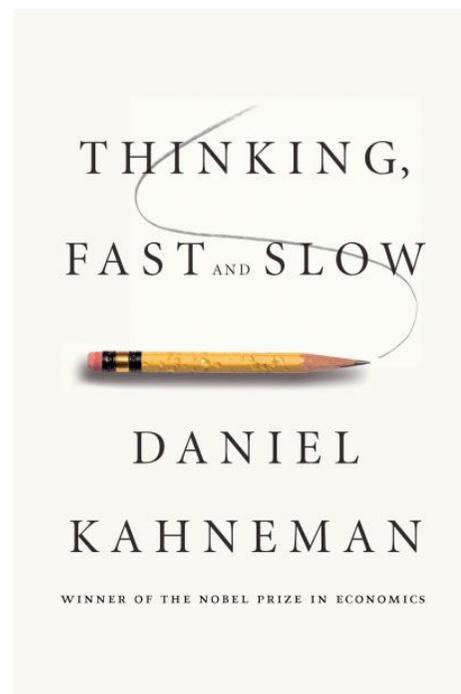
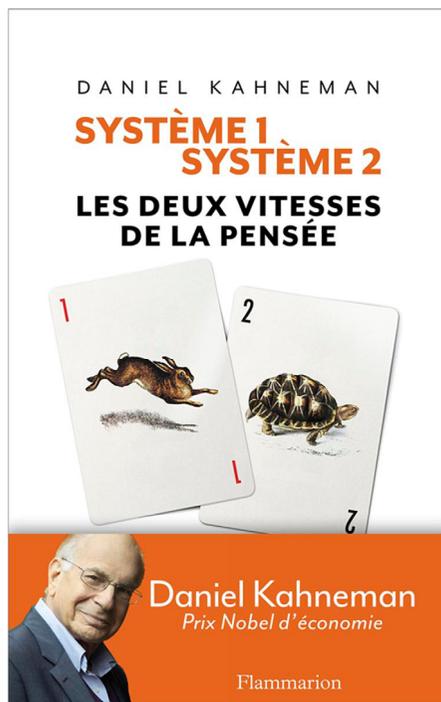
- La finance implique l'utilisation d'un formalisme mathématique et probabiliste.
- Décisions financières externes à l'entreprise (sphère financière, achats de titres) ou internes (investissement, désinvestissement) sont plutôt le fait d'experts.
 - *Directeurs financiers, membres de conseils d'administration, analystes financiers, gestionnaires de fonds, ...*
- La majorité de ces experts se réfèrent à la théorie financière standard
 - *(Méda) et ses extensions : théorie de l'agence appliquée à la structure financière optimale, à la distribution de dividendes, coûts de l'autofinancement vs financement externe*

33

Biais cognitifs

- Problèmes liés à la mise en œuvre des modèles : grand degré de latitude sur Bêtas, primes de risque, portefeuille de référence.
 - *Mélange d'approches rétrospectives et prospectives*
 - *Basées sur les historiques de données (data-driven) et sur des dires d'experts (approches subjectives ou épistémiques)*
- Comment les experts en finance traitent-ils des données ?
 - *Approche « rule-based », systématique, documentée, peu subjective*
 - *Approches plus individuelles, laissant plus de place à la subjectivité d'un expert (ou d'un petit groupe d'experts)*
- Développement des techniques de trading algorithmique
 - *Purement data-driven et basées sur l'induction*

34

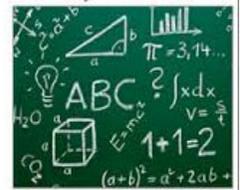


35

Système 1



Système 2

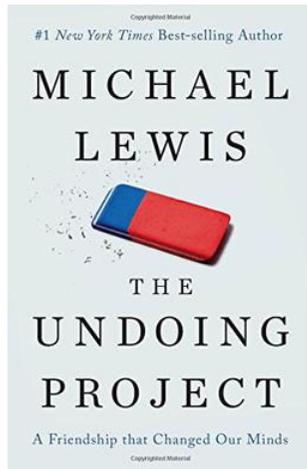


Biais cognitifs

- Les deux systèmes cognitifs
 - *Système automatique ou système 1*
 - Intuitif, instinctif
 - *Système réflexif ou système 2*
 - Rationnel

Système automatique	Système réflexif
Non contrôlé	Contrôlé
Sans effort	Exige des efforts
Associatif	Déductif
Rapide	Lent
Inconscient	Conscient
Exprime un talent	Applique des règles

36



37

Retour sur l'application des probabilités à l'analyse de situations réelles

Votre frère vous annonce que sa nouvelle amie est une artiste qui adore la poésie. Est-il plus probable qu'elle ait étudié la littérature chinoise ou les Sciences de Gestion ?

38

Systemes 1 et 2 et opinions probables

- $C = \{\text{artiste qui adore la poésie}\}$
- $A = \{\text{études de littérature chinoise}\}$
- $B = \{\text{études de Sciences de Gestion}\}$
- Un heuristique est un procédure qui permet d'aboutir en un temps limité à des solutions acceptables.
- Le système 1 automatique et rapide fonctionne par heuristiques
- Dans l'exemple précédent, la plupart répondent spontanément qu'il est plus probable qu'une artiste qui adore la poésie a fait des études de littérature chinoise
- Soit : $P(A|C) > P(B|C)$

39

Systemes 1 et 2 et opinions probables

- Ecrivons formellement ce que signifie $P(A|C) > P(B|C)$
 - $P(A|C) > P(B|C) \Leftrightarrow P(A \cap C) > P(B \cap C)$
 - $\Leftrightarrow P(C|A) \times P(A) > P(C|B) \times P(B)$
 - **Supposons $P(C|A) > P(C|B)$, disons $P(C|A) = 0,1$ et $P(C|B) = 0,05$.**
 - 2 × plus probable que quelqu'un qui étudie la littérature chinoise adore la poésie que quelqu'un qui étudie la finance.
 - **Mais $P(B) \gg P(A)$, disons $P(B) = 200 \times P(A)$.**
 - 200 × plus d'étudiants en gestion qu'en littérature chinoise
 - **Dans ce cas $\frac{P(B|C)}{P(A|C)} = 100$!**
 - 100 × plus probable que l'amie de votre frère fasse de la gestion
- Le système déductif 2 amène à une réponse réaliste, mais est lent et fatigant au contraire du système intuitif 1

40

Linda is 31 years old, single, outspoken (franche), and very bright. She majored in philosophy. As a student, she was deeply concerned with issues of discrimination and social justice, and also participated in anti-nuclear demonstrations.

Which is more probable?

1. Linda is a bank teller (caissière).
2. Linda is a bank teller and is active in the feminist movement.

Tiré de Tversky et Kahneman

41

Systemes 1 et 2 et opinions probables

- Le cas Linda est également intéressant, car la grande majorité des répondants (jusqu'à 89% choisissent B) comme la réponse la plus probable (plausible ?)
- $A = \{\text{Linda is a bank teller}\}$
- $B = \{\text{Linda is a bank teller and is active in the feminist movement}\}$
- Comme $B \subset A$, $P(B) < P(A)$.
- On peut même penser que $P(B) \ll P(A)$.
- A nouveau, le système 1 est mis en défaut. Développer le système 2 nécessite des efforts, mais encore faut-il avoir conscience du problème

42

Système 1 : associatif, intuitif, rapide, automatique et sans effort

En contrepartie d'un effort, il faut une « récompense » : système de récompense (dopamine) en neurosciences, contrats « incitatifs » en économie (bonus). C'est la « carotte », qui permet par exemple d'améliorer les capacités prédictives et d'accélérer l'apprentissage d'un individu (« renforcement », machine learning)



43

Dans la **théorie de l'agence**, l'effort effectué par un dirigeant (gérant de portefeuille) mandaté par un actionnaire (investisseur) pour choisir les meilleurs investissements est **coûteux**.

Il faut faire appel au système 2 (lent, fastidieux, ...)

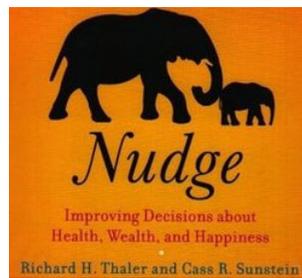
Theory of the firm: Managerial behavior, agency costs and ownership structure: Jensen & Meckling (1976)

Incitations monétaires positives ou négatives (« punition », « joie mauvaise », mais aussi valeurs éthiques, normes sociales : Voir transparents finance et confiance

44

Est-il utile de manipuler le système 1 ?

- Nudge, la méthode douce pour inspirer la bonne décision
 - Nudge: Improving Decisions About Health, Wealth, and Happiness
 - *Thaler et Sunstein ont contribué à populariser la finance comportementale auprès des gestionnaires*
 - Behavioral finance
 - *Pour Thaler et Sunstein, il est trop difficile d'apprendre aux épargnants à raisonner correctement.*
 - *Ils recommandent de les manipuler pour leur bien !*
 - 6 Demain, j'épargnerai plus
 - 7 L'investisseur candide
 - 8 Le crédit : la bouteille à l'encre



Psychologie, raisonnement et finance

- Habib, Lavergne, & Caparos (2018). *Psychologie cognitive: Cours, méthodologie, entraînement*. Armand Colin.

À RETENIR

- Notre capacité à raisonner nous permet de comprendre et de contrôler notre environnement d'une manière inégalée par les autres espèces.
- On parle de trois types de raisonnement : le raisonnement **abductif**, **inductif** et **déductif**.
- Les **règles logiques** et **probabilistes** fournissent un cadre de référence pour évaluer le raisonnement humain. On postule en général que plus les individus tirent des conclusions qui se conforment aux règles logiques ou qui font appels aux règles probabilistes, plus ils font preuve de rationalité.
- Il arrive que les individus ne parviennent pas à donner une réponse logique pour des problèmes de raisonnement relativement simples. Ce phénomène, nommé **biais de raisonnement**, survient lorsqu'une stratégie erronée est privilégiée par rapport à une stratégie purement logique. Les biais découlent de la mise en place de stratégies heuristiques.
- Parmi ces biais et heuristiques, on peut citer l'**heuristique de disponibilité**, le **biais de croyance**, le **biais d'appariement perceptif** ou encore le **biais de confirmation**.
- Plusieurs modèles théoriques permettent d'expliquer la survenue de ces biais, tels que les **théories du double processus** (qui s'appuient sur la mise en évidence de deux types de raisonnement : Type 1 et Type 2) ou les modèles mettant en avant la **détection du conflit**.
- Les émotions interviennent dans le processus de raisonnement et peuvent parfois constituer une **aide**, et parfois constituer une **entrave** à la mise en place d'un raisonnement logique.

Reconnaître l'aléatoire

49

Marches aléatoires



- Eugene Fama définit une marche aléatoire comme une évolution des prix des actifs financiers telle que les incréments de prix $P_{t+1} - P_t$ sont **indépendants** des incréments passés $P_{t-n} - P_{t-n-1}$, $n = 0, 1, 2, \dots$
 - “A market where successive price changes in individual securities are **independent** is, by definition, a random walk market”.
 - Fama (1995). Random walks in stock market prices. Financial analysts journal.
 - Fama n'impose pas que l'espérance des incréments de prix $P_{t+1} - P_t$ doive être nulle, ni que les lois de probabilités des incréments soient identiques à différentes dates.
 - $P_{t+1} - P_t = \mu + \varepsilon_t$, $\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2)$, avec $\mu > 0$, μ est un paramètre de tendance : lien avec la notion de prime de risque.

50

Marches aléatoires

- Fama associe l'indépendance des variations consécutives des prix des actifs boursiers à ce qu'il appelle l'efficience « faible »
 - **Efficience faible**, car on n'utilise que les prix passés pour tenter de prévoir les cours futurs et pas d'autres éléments d'information financière (annonces de résultats, etc.)
- Exemple : cours boursiers multiples d'un échelon élémentaire de cotation (« tick »)
 - Adapté à l'analyse des données intraday ou à haute fréquence.
 - Les prix sont des nombres entiers de ticks.
 - On est alors dans le cadre des exercices du Thème 1.

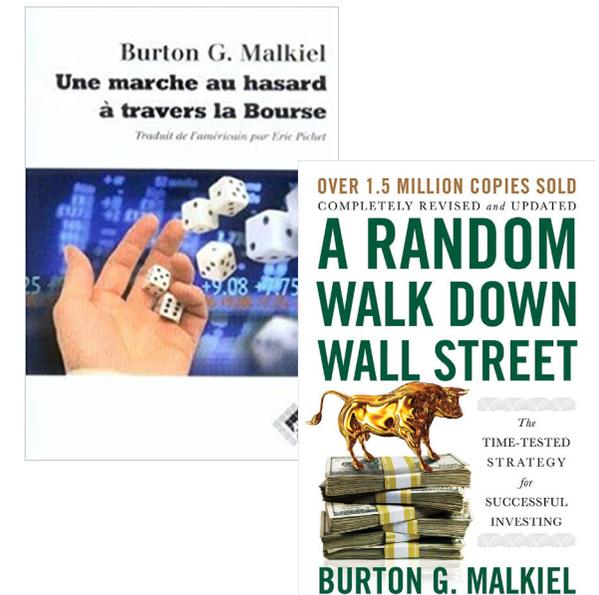
51

Analyse chartiste et marche aléatoire



Burton Malkiel est l'un de ceux, qui ont popularisé l'idée d'utiliser des « marches aléatoires » pour représenter l'évolution des cours des actions.

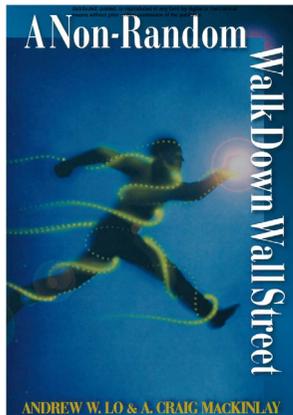
https://en.wikipedia.org/wiki/Burton_Malkiel



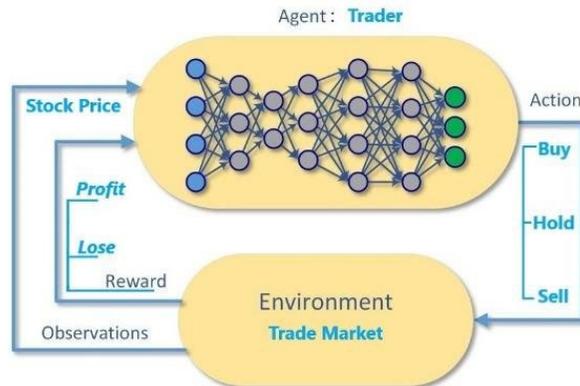
<https://www.youtube.com/watch?v=HrYUOtCTHuk&list=RDHrYUOtCTHuk>
<https://www.youtube.com/watch?v=HLJCEP83QTM&list=RDHrYUOtCTHuk&index=3>
https://www.youtube.com/watch?v=3oACFpS_t1Q

52

Analyse chartiste et marche aléatoire



A Non-Random Walk Down Wall Street
Lo & MacKinlay



Reinforcement learning
(Apprentissage par renforcement)
Une bonne prédiction va être associée à une « récompense », une mauvaise à une « punition ». L'algorithme est calibré pour maximiser la récompense.

53

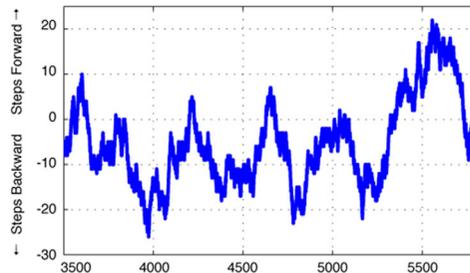
Analyse chartiste et marche aléatoire

- A l'opposé de la théorie de la marche aléatoire, **signal** dans les rentabilités que l'on peut extraire du « bruit de fond »
 - Même si le rapport signal / bruit est très faible
 - “The starting point for any study of technical analysis is the recognition that prices evolve in a nonlinear fashion over time and that the nonlinearities contain certain regularities or **patterns**”
 - The presence of geometric shapes in historical price charts is often in the eyes of the beholder. In this paper, we propose a systematic and automatic approach to technical pattern recognition
 - Lo, Mamaysky & Wang (2000). Foundations of technical analysis: Computational algorithms, statistical inference, and empirical implementation. *The journal of finance*.
 - Les auteurs précédents ont eu l'intuition des méthodologies de reconnaissance des motifs

54

Analyse chartiste et marche aléatoire

- Malkiel montra à un chartiste ce graphique (marche aléatoire)
- Le chartiste lui dit immédiatement d'acheter l'action



- Le concept de marche aléatoire remonte au trader Jules Regnault (1863) et à Louis Bachelier (1900 – Théorie de la spéculation). C'est Paul Cootner (1964) qui a su reconnaître les mérites oubliés de Bachelier.
- Il faut aussi mentionner l'école de probabilités de Strasbourg et notamment Paul-André Meyer qui avait compris beaucoup de choses aux marchés financiers, à la théorie de l'information et à la spéculation, sans parler officiellement de finance.

55

Biais cognitifs : comment reconnaître l'aléatoire ?

- Dickey et Fuller : tests statistiques
 - $P_{t+1} - P_t = \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2)$,
 - ε_t : « bruit blanc » : espérance nulle et d'écart-type σ
 - Hypothèse H_0 : les prix suivent une marche aléatoire
- Comportement des prix sous H_0
 - Pour une volatilité annuelle de 25%
 - On a en moyenne une augmentation de 20% sur l'année pour un marché haussier.
 - Et une diminution de 20% si le marché baisse...
- “To the **untrained eye, randomness appears as regularity or tendency to cluster**”
 - William Feller

Dickey



Fuller

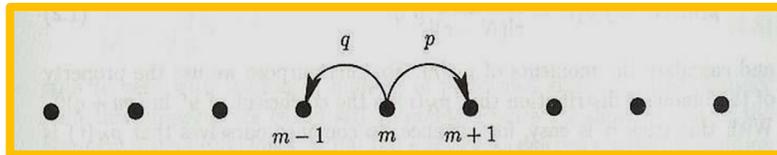


Feller

56

Marches aléatoires

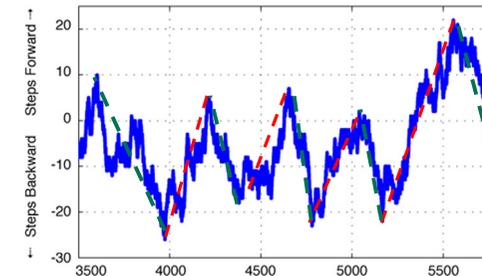
- En pratique, on ne saute jamais un échelon de cotation.
- On peut donc soit passer de l'échelon de cotation m à l'échelon de cotation $m + 1$ avec une probabilité p
- Et de l'échelon de cotation m à l'échelon de cotation $m - 1$ avec une probabilité $q = 1 - p$
- Si $p = q = \frac{1}{2}$, un marché efficient est similaire à un jeu de pile ou face « non biaisé »



57

Marches aléatoires

- Évolution de la richesse en jouant à pile ou face (gain de +/- un euro) : simulation de 6000 lancers

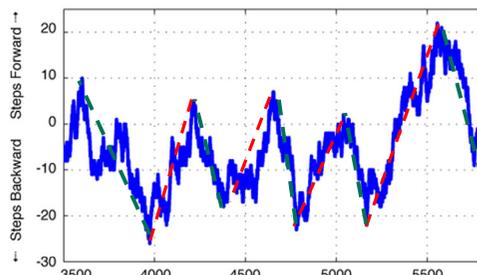


- Les « tendances » sont liées à des « agglomérations » normales de hausses ou de baisses (attention au biais de représentativité)
- Les régularités observées **a posteriori** n'ont aucun caractère prédictif

58

Marches aléatoires

- Le graphique de gauche montre l'évolution de la richesse en jouant à pile ou face (gain de +/- un euro) : **marche aléatoire**



- Le graphique de droite représente l'évolution de la richesse d'un actionnaire américain entre 2007 et 2013
- Si l'hypothèse de marche aléatoire est valide
- On remarque les similitudes entre les deux graphiques

59

Comment reconnaître l'aléatoire ?

- Si l'hypothèse de marche aléatoire est vérifiée, alors les valeurs successives de 0 ou de 1 sont indépendantes et la probabilité d'obtenir la valeur 0 ou 1 est $\frac{1}{2}$
 - Comme dans un jeu de pile ou face
- Considérons maintenant les suites de valeurs suivantes
 - 11111111 (le marché boursier est haussier à toutes les dates)
 - 10101010 (les hausses compensent les baisses afin qu'il y ait autant de hausses que de baisses)
 - 11110000 (le marché suit d'abord une tendance haussière régulière et se retourne)
 - 10110011 (le marché évolue de manière erratique avec une tendance à la hausse).
- Quelles sont les évolutions qui vous semblent typiques d'une marche aléatoire et celles qui ne le sont pas ? Quelles sont les évolutions les plus probables, les moins probables ?

60

Comment reconnaître l'aléatoire ?

- L'appréhension cognitive de l'aléatoire n'est pas naturelle et demande un « effort » et une éducation de l'esprit (Kahneman)
 - Recherche de causalités a posteriori donnant l'illusion de liens de cause à effet (narrative fallacy)
 - Le « système 1 » du cerveau humain est une « machine interprétative » (jumping to conclusions)
- Exemples de biais cognitifs courants
 - On suppose que les rentabilités boursières suivent une marche aléatoire
 - À la date courante, le « hit » prend la valeur 1 si la rentabilité est positive, 0 sinon.
 - Une chronique boursière va alors induire une suite de valeurs 101101

61

Comment reconnaître l'aléatoire ?

- Which of the following sequences is random?
 - 1) 01000001
 - 2) 0000000
 - 3) 10101010
 - 4) 01001110
- ChatGPT ?

62

Comment reconnaître l'aléatoire ?

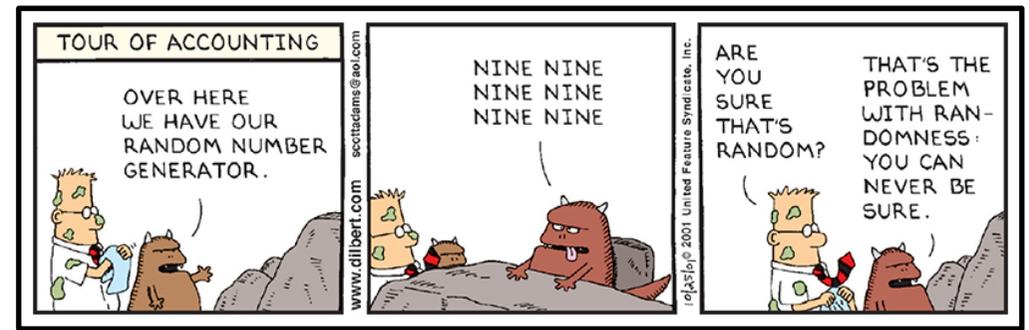
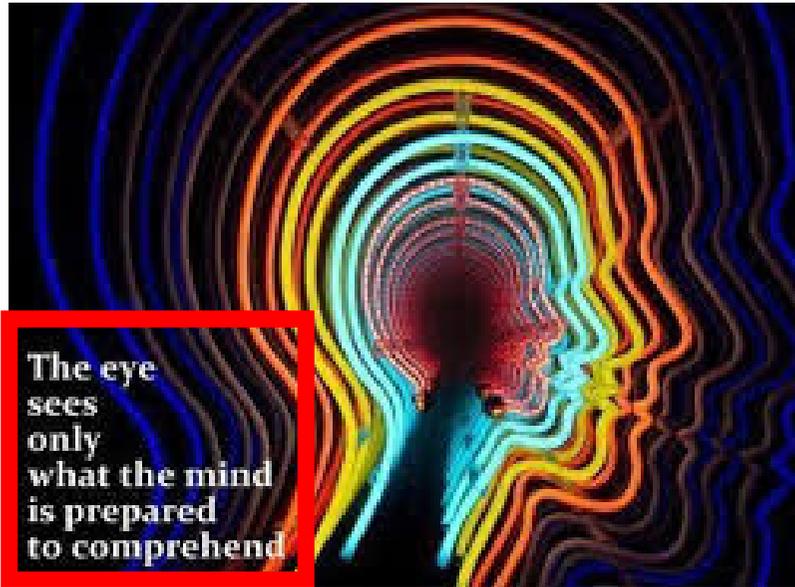
- ChatGPT sait-il reconnaître l'aléatoire ?
- To assess which of the provided sequences appears to be random, we can evaluate the structure and patterns in each:
 - 1) 01000001: *This sequence has a clear pattern with several repeated zeros and just two ones. It's not entirely structured, but the presence of repeated zeros makes it unlikely to be random.*
 - 2) 00000000: *This sequence consists entirely of zeros, which is highly structured and predictable. It is not random.*
 - 3) 10101010: *This is an alternating sequence of ones and zeros, which is a clear, repetitive pattern. It is not random.*
 - 4) 01001110: *This sequence has a less obvious structure, with varying lengths of zeros and ones, making it appear more random than the others.*
- Conclusion: The sequence 01001110 (option 4) is the most likely to be random because it lacks a clear, simple repeating pattern or structure compared to the others.

63

Comment reconnaître l'aléatoire ?

- Si ChatGPT est capable de une règle permettant de structurer les données, il en conclut que la suite n'est pas aléatoire.
- Le problème est que n'importe quelle suite finie peut être le début d'une suite aléatoire.
 - *Et qu'il y a multiplicité de règles qui « expliquent », qui sont cohérentes avec une suite finie.*
- Supposons qu'on ait un « vrai » moteur aléatoire
 - *Une suite aléatoire peut débuter par n'importe quelle séquence finie.*
 - *En faisant suffisamment de tirages, on débutera par toutes les séquences finies possibles*
 - *Si on fait précéder une suite aléatoire d'une séquence finie arbitraire, on conserve une suite aléatoire*
 - *2 échantillons finis arbitraires peuvent constituer le début d'une suite aléatoire : avec l'aléatoire, n'importe quoi précède n'importe quoi*

64



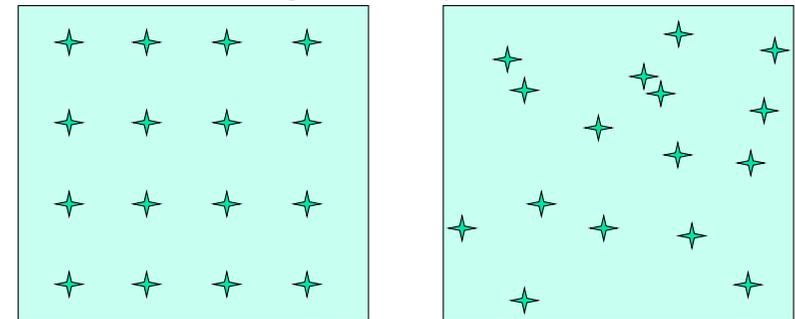
Comment reconnaître l'aléatoire, comment produire de l'aléatoire ?

■ ChatGPT: Can you produce 10 series of 20 binary random variables?

- import numpy as np
- # Generate 10 series of 20 binary random variables (0s and 1s)
- random_binary_series = np.random.randint(2, size=(10, 20))
- random_binary_series
- Here are 10 series of 20 binary random variables:
- Series 1: [1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1]
- Series 2: [0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1]
- Series 3: [0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0]
- Series 4: [0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1]
- Series 5: [0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1]
- Series 6: [0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0]
- Series 7: [1, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1]
- Series 8: [0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0]
- Series 9: [1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1]
- Series 10: [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1]

Comment reconnaître l'aléatoire ? Uniformité ?

- L'exemple précédent illustre les problématiques associées au big data et au data mining en matière financière

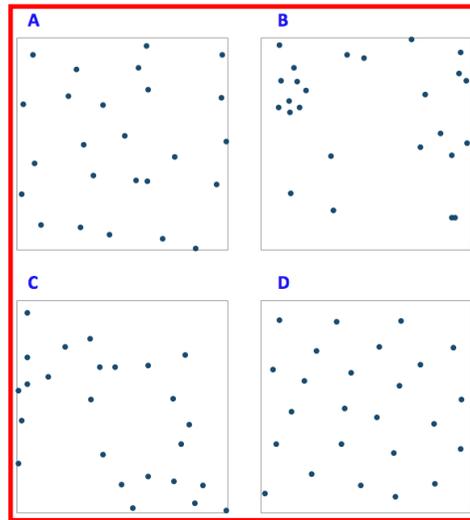


- Graphique de gauche : distribution équirépartie « uniforme » totalement non aléatoire
- Graphique de droite : distribution tirée d'une loi de probabilité uniforme

Reconnaître le « hasard »

Appliquons les résultats précédents pour déterminer ce qui relève d'un tirage aléatoire uniforme (« au hasard ») de 25 points dans les carrés ci-contre et ce qui ne l'est pas.

Quel est votre choix ?



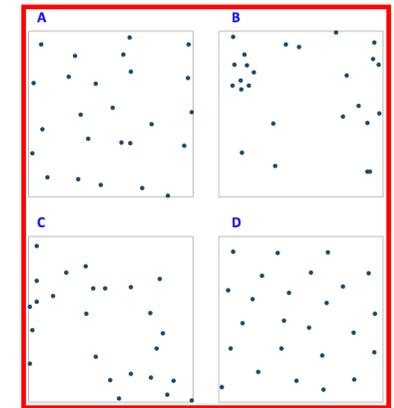
<https://mathjokes4mathyfolks.wordpress.com/2015/01/15/making-heads-or-tails-of-randomness/>

69

Reconnaître le « hasard »

Résultats : procédons par élimination

- D a été tracé par un enfant de 7 ans à qui on a demandé de dessiner 25 points au hasard : il a cherché à bien espacer les points dans le carré.
- A est une méthode de stratification. On a divisé le carré en 5 x 5 carrés et choisi un point « au hasard » dans chaque carré. On observe encore beaucoup (trop) de régularité (équirépartition)
- La procédure C est plus sophistiquée. On a placé le carré sur une cible de fléchettes. Puis après 13 lancers, le carré a été tourné de 90° et on a procédé à 12 nouveaux lancers.
- B provient d'un générateur pseudo-aléatoire : on a tiré les coordonnées des points (abscisses, ordonnées) selon une loi uniforme, avec des tirages indépendants



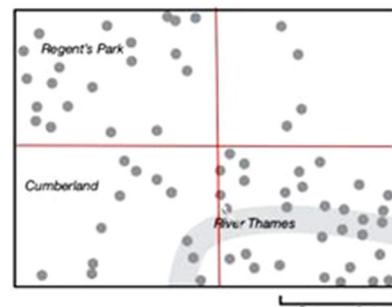
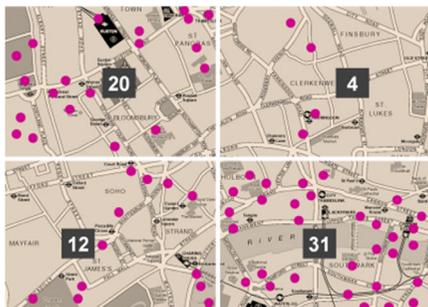
“To the untrained eye, randomness appears as regularity or tendency to cluster”

William Feller

70

Comment reconnaître l'aléatoire ? Encodage

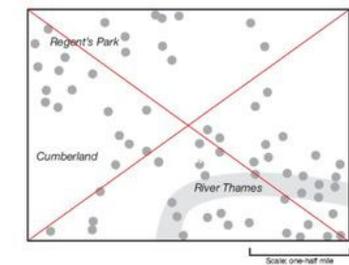
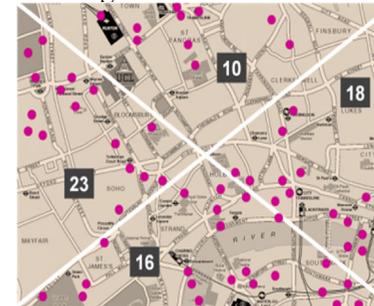
- Répartition des impacts des V1 sur Londres au moment de la seconde guerre mondiale
 - Le Nord-Est et le Sud-Ouest de Londres sont épargnés
 - On a supposé que les Allemands évitaient de bombarder ces zones pour protéger leurs (supposés) espions



71

Comment reconnaître l'aléatoire ? Encodage

- Reprenons notre graphique et divisons le en 4 parties égales séparées par les diagonales



Map of London showing V-1 rocket strikes (Adapted from Gilovich [1991])

- Les impacts sont maintenant régulièrement répartis ...
- *How We Know What Isn't So: The Fallibility of Human Reason in Everyday Life*, T. Gilovich, http://bias123.com/clustering_illusion
- Un test statistique formel (Clarke, 1946) ne permet pas de rejeter l'hypothèse d'une distribution uniforme
 - <http://jumpthecurve.net/change/unlearning-lesson-26-stop-looking-for-patterns/>
 - <http://www.squawkpoint.com/2013/01/patterns-in-data/>

72

Comment reconnaître l'aléatoire ?

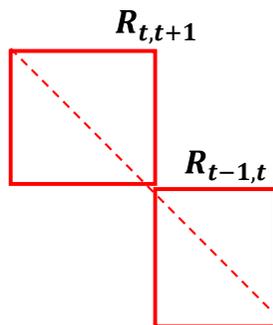
Encodage

- Implication pour la gestion financière...
- En abscisses, la rentabilité en $t - 1$, ($R_{t-1,t}$), en ordonnées la rentabilité en t ($R_{t,t+1}$)
- Les points de coordonnées ($R_{t-1,t}, R_{t,t+1}$) sont situés en **haut à gauche** (deuxième quadrant) et en **bas à droite** (quatrième quadrant)

Implication pour la gestion financière...

En abscisses, la rentabilité en $t - 1$, ($R_{t-1,t}$), en ordonnées la rentabilité en t ($R_{t,t+1}$)

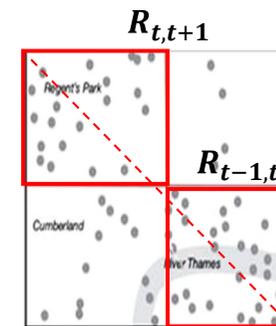
Les points de coordonnées ($R_{t-1,t}, R_{t,t+1}$) sont situés en **haut à gauche** (deuxième quadrant) et en **bas à droite**



73

Comment reconnaître l'aléatoire ? Encodage

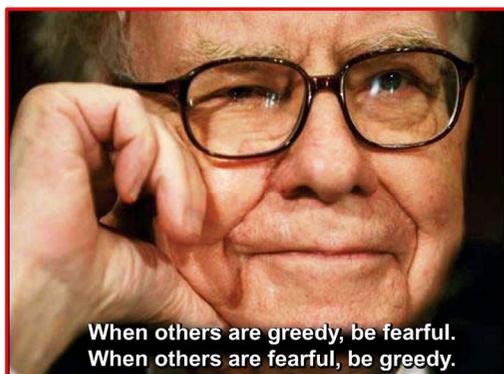
- Stratégie « **contrarian** » : acheter après une baisse des cours ($R_{t-1,t} < 0$), vendre après une hausse des cours ($R_{t-1,t} > 0$)
- La corrélation entre $R_{t-1,t}$ et $R_{t,t+1}$ **semble** négative, une hausse des cours **semble** suivie d'une baisse et vice-versa
- Attention aux corrélations fictives ("spurious")



Si la loi de probabilité des couples ($R_{t-1,t}, R_{t,t+1}$) est uniforme, alors les rentabilités $R_{t-1,t}$ et $R_{t,t+1}$ sont indépendantes (absence de corrélation) : aucun gain significatif avec une stratégie contrarian.

74

Contrarian vs momentum



When others are greedy, be fearful.
When others are fearful, be greedy.



Réunion de 40 000 investisseurs dans le fonds de Berkshire Hathaway, 2007
Warren Buffet

You want to be greedy when others are fearful. You want to be fearful when others are greedy. Warren Buffet, 2008.

C'est quand la "prime de risque" est élevée (les cours boursiers bas par rapport aux profits attendus) qu'il faut acheter (et vice versa)

75



Nathan Rothschild 1810

"Buy to the sound of cannons, sell to the sound of trumpets"
(Il faut acheter au son du canon et vendre au son du clairon)
Nathan Rothschild 1810

Il faudrait donc acheter des actions quand un pays entre en guerre et les revendre quand elle se conclut, ce semble évidemment choquant.

76

La performance de la Bourse américaine (indice Dow Jones) pendant les principaux conflits où les États-Unis ont été impliqués au 20^e siècle

Entry Date	Exit Date	Specific Event	Return	Annualized
April 6th, 1917	November 11th, 1918	WWI	-5.4%	-3.4%
December 7th, 1941	August 9th, 1945	WWII	46.2%	12.6%
June 25th, 1950	July 27th, 1953	Korean War	25.5%	8.3%
August 7th, 1964	August 15th, 1973	Vietnam War	5.4%	0.6%
January 17th, 1991	February 28th, 1991	Desert Storm	11.9%	103.4%

77

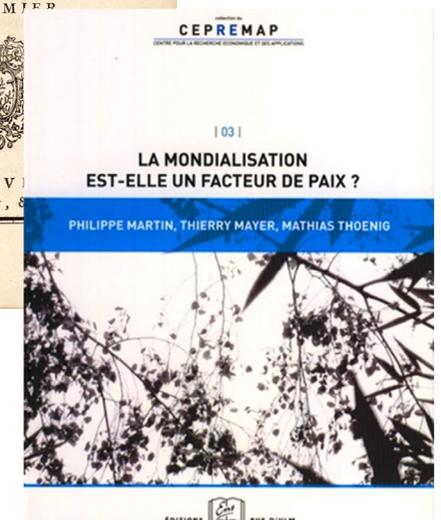
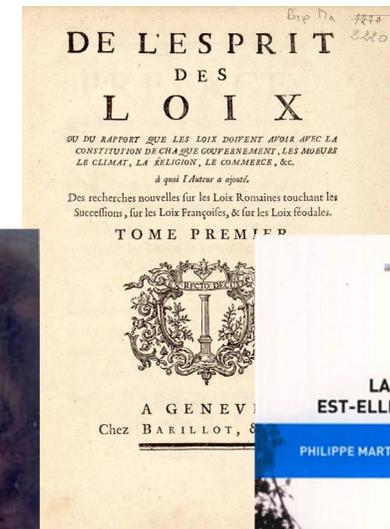
Le « doux commerce » (Montesquieu)

- Berkman & Jacobsen (2006) War, peace and stock markets, remettent en question l'analyse précédente
- 440 crises internationales entre 1918 et 2002
- Baisse du taux de rentabilité (annualisé) d'un indice boursier mondial de 4%
 - La baisse est surtout marquée au début d'une guerre
 - Après la guerre les cours remontent mais sans compenser les pertes antérieures
 - La volatilité augmente d'environ 1/3
- Cela fait écho aux débats autour du doux commerce

78

Le « doux commerce » (Montesquieu)

- *L'effet naturel du commerce est de porter à la paix. Deux nations qui négocient ensemble se rendent réciproquement dépendantes : si l'une a intérêt à acheter, l'autre à intérêt à vendre, et toutes les unions sont fondées sur des besoins mutuels.* Montesquieu « De l'esprit des lois » (1758)
 - Pourtant la première guerre mondiale a éclaté dans un climat de prospérité partagée
- Martin, Mahler & Thoenig (2006), La mondialisation est-elle un facteur de paix ?
 - Commerce bilatéral, positif, multilatéral négatif
 - Le commerce international permet à une nation belliqueuse d'attaquer une puissance rivale
 - Diversification des sources d'approvisionnement



80

Contrarian vs momentum

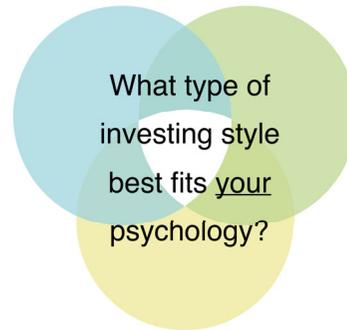
Characteristics of Contrarian Investing

- Buying against the trend
- Believe the markets are inefficient
- Don't take extreme positions
- Listen to your feelings

Characteristics of Momentum Investing

- Timely stocks on an upward trend
- Beating earnings estimates
- Accelerating growth rates
- Favorable press releases and news reports
- Settlement of litigation
- New product introductions and (or) discoveries
- Expanding backlog
- Utilizing a catalyst or theme that can move prices

Les stratégies momentum parient sur l'extrapolation de tendances, les stratégies contrarian sur un retour à la moyenne. Dans un cas comme dans l'autre, on ne croit pas à l'hypothèse de « marchés efficients »



81

Reconnaitre l'aléatoire : générateur pseudo-aléatoire (échantillonnage par Python)

- Utilisation du générateur de Python
 - Code créé par ChatGPT

```
import numpy as np

# Generate a series of 200 binary random variables (0s and 1s)
random_binary_series_200 = np.random.randint(2, size=2000)

# Assuming the series is stored in 'random_binary_series_200'
# Specify the path where you want to save the file

file_path = r'C:\Users\\binary_random_series_200.txt'

# Write the series of 200 binary random variables to a txt file

with open(file_path, 'w') as file:
    for item in random_binary_series_200:
        file.write(f"{item}\n")

print(f"Data written to {file_path}")
```

82

Reconnaitre l'aléatoire : générateur pseudo-aléatoire (échantillonnage par Python)

- La fonction random() de Python
 - <https://docs.python.org/fr/3/library/random.html>

Almost all module functions depend on the basic function `random()`, which generates a random float uniformly in the half-open range $0.0 \leq X < 1.0$. Python uses the Mersenne Twister as the core generator. It produces 53-bit precision floats and has a period of $2^{19937}-1$. The underlying implementation in C is both fast and threadsafe. The Mersenne Twister is one of the most extensively tested random number generators in existence. However, being completely deterministic, it is not suitable for all purposes, and is completely unsuitable for cryptographic purposes.

Avertissement: Les générateurs pseudo-aléatoires de ce module ne doivent pas être utilisés à des fins de sécurité. Pour des utilisations de sécurité ou cryptographiques, voir le module `secrets`.

Voir aussi: M. Matsumoto and T. Nishimura, "Mersenne Twister: A 623-dimensionally equidistributed uniform pseudorandom number generator", ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation Vol. 8, No. 1,

83

Reconnaitre l'aléatoire : générateur pseudo-aléatoire (échantillonnage par Python)

- Les 2000 premiers termes de la suite pseudo-aléatoire générée par Python

```
1110001111011111001110110110111100010011010111100110111100001000110010100111010010110110
1011110001100111010110111100111011110111110000010000110001010001110010010010110011010011110
1000101001010101011101001010110110101111100001100011100101001111010011010110110110111
11100011100111101011011111001111011111011111000001000001000010100001100010010001011000
1101000111001000100100100101010010110011001001101100111010001010001101001010101010110
1010100101011010110101110110001011010101010110110110010111011011101011111100000110
000111000101100011100100110010110011110100011010011101011010111011001101101101110111
0110111111000011100011100101100111101001110101110110111011111000111100111101011101111
1110011110111110111110000001000001100000101000001100001001000010110000110100001111000
100010001001100010101000101100011001000110110001110100011110100010010001100100101001110
01010010010101100101101001011100110001001100110011010100110110011100100111010011111
101000001010000110100010101000111010010010010110100111010100010100110101010101010
11101010010101010101110101011101100000101000101100101010011011010010110101010101011
011101100010110010110101011011011100101110101111010111110000011000001100001011
000011100010011000101100011011000111100100011001001100101011001011100110011001101110
11001111101000011010001110100101101001111010001010101101011010111011000101100110110
101101011101100101101101110110111110000011100001110001011100011110010011100101110
01101100111110100011101001111010101110101111011001110110111011101111110000111100011
110010111001111101001111010111101011110111110001111001111010111101111110000111100011
1111110111111100000010000001100000101000000
```

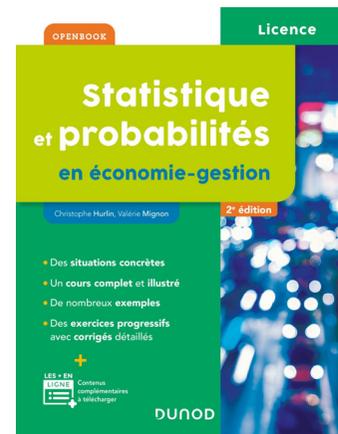
84

Rappel : test d'adéquation du khi-deux

- Chaîne youtube d'Eric Lombardot



85



Chapitre 11 Théorie des tests

LES GRANDS AUTEURS Jerzy Neyman

- 1 Définitions
- 2 Règle de décision et puissance d'un test ...
- 3 Tests paramétriques
- 4 Tests d'indépendance et d'adéquation

86

Rappel : test d'adéquation du khi-deux

4.2 Tests d'adéquation du khi-deux

Définition 11.26

Le **test d'adéquation (ou d'ajustement) du khi-deux** permet de tester si des observations (x_1, \dots, x_n) d'une variable aléatoire X sont issues d'une distribution que l'on spécifie. Les hypothèses nulle et alternative de ce test sont respectivement définies par :

$$H_0 : X \sim D(\theta) \quad \text{contre} \quad H_1 : X \text{ ne suit pas la loi } D(\theta) \quad (11.168)$$

où $D(\theta)$ désigne une distribution paramétrique de paramètre θ .

87

Rappel : test d'adéquation du khi-deux

Le test d'adéquation est basé sur un **tableau de répartition empirique** des effectifs de l'échantillon (x_1, \dots, x_n) . On suppose que la variable X admet s modalités distinctes, notées a_1, \dots, a_s . Soit n_i , pour $i = 1, \dots, s$, le nombre d'individus dans l'échantillon pour lesquels on observe $X = a_i$, avec par définition $\sum_{i=1}^s n_i = n$. On obtient ainsi un tableau de répartition empirique similaire au tableau 11.8.

▼ **Tableau 11.8** Tableau de répartition empirique

Variable X	$X = a_1$..	$X = a_i$..	$X = a_s$	Total
Effectifs empiriques	n_1	..	n_i	..	n_s	n

L'idée du test d'ajustement du khi-deux est de comparer ce tableau de répartition empirique (basé sur les observations de l'échantillon) à un tableau de répartition théorique que l'on obtiendrait si la variable X avait effectivement une distribution D . Si les deux tableaux sont quasiment identiques, alors on ne peut pas rejeter l'hypothèse nulle H_0 d'adéquation de la loi de X à D . En revanche, si les deux tableaux diffèrent, on rejette l'hypothèse nulle H_0 d'adéquation.

88

Rappel : test d'adéquation du khi-deux

Tableau 11.9 Tableau de répartition théorique

Variable X	$X = a_1$..	$X = a_i$..	$X = a_s$	Total
Effectifs théoriques	N_1	..	N_i	..	N_s	n

Remarque : Par construction, la somme des effectifs théoriques sur toutes les modalités correspond à la taille d'échantillon, i.e. $\sum_{i=1}^s N_i = n$.

La comparaison des tableaux de répartition empirique et théorique se fait sur la base d'une statistique de test du khi-deux.

Définition 11.27

La statistique de test d'adéquation du khi-deux, notée C_n , est définie par :

$$C_n = \sum_{i=1}^s \frac{(n_i - N_i)^2}{N_i} \quad (11.170)$$

Si les paramètres θ de la loi $D(\theta)$ sont connus, la statistique C_n admet une distribution exacte du khi-deux à $s - 1$ degrés de liberté sous l'hypothèse nulle :

$$C_n \underset{H_0}{\sim} \chi^2(s - 1) \quad (11.171)$$

89

Reconnaitre l'aléatoire : générateur pseudo-aléatoire (échantillonnage par Python)

- Dans l'échantillon précédent, de taille 2000, est-ce que les 8 motifs de taille 3, 000,001,010,011,100,101,110,111 sont également répartis ?

Motifs	111	110	101	100	000	001	010	011
nombre d'apparitions	229	251	249	249	275	248	247	250
effectifs théoriques	250	250	250	250	250	250	250	250

- On effectue un test du Khi-deux d'adéquation à la distribution uniforme

90

Reconnaitre l'aléatoire : : générateur pseudo-aléatoire (échantillonnage par Python)

Motifs	111	110	101	100	000	001	010	011
nombre d'apparitions	229	251	249	249	275	248	247	250
effectifs théoriques	250	250	250	250	250	250	250	250

$$\frac{(229-250)^2}{250} + \frac{(251-250)^2}{250} + \frac{(249-250)^2}{250} + \frac{(249-250)^2}{250} + \frac{(275-250)^2}{250} + \frac{(248-250)^2}{250} + \frac{(247-250)^2}{250} + \frac{(250-250)^2}{250}$$

- doit suivre une loi du khi-deux à 7 degrés de libertés sous l'hypothèse que les motifs sont uniformément répartis
- Et sous l'hypothèse que le générateur de motifs est aléatoire (hypothèse souvent implicite, mais cruciale).
- La statistique précédente vaut 4,33
- Au-delà de la valeur critique au seuil de 5% qui est égale à 2,17
- On est donc amené à rejeter l'hypothèse nulle d'équirépartition des motifs.

91

Reconnaitre l'aléatoire

- Supposons que l'on ait un « vrai » générateur aléatoire
- Il va tirer au hasard une suite de 2000 caractères 0 ou 1
- Il y a $2^{2000} \approx 10^{200}$ suites.
- Il faut faire un tirage uniforme avec probabilité de tirer chaque suite égale à $1/2^{2000}$
- On peut imaginer un dé à 2^{2000} faces ou plus « simplement » 2000 tirages indépendants d'une pièce.
- Sur quoi la statistique du Khi-deux va-t-elle reposer ?
 - La loi des grands nombres : elle n'est pas spécifique aux suites aléatoires, puisque presque tout nombre réel la vérifie (normalité des nombres selon Emile Borel)
 - Le théorème de la limite centrale : l'écart entre moyenne empirique et théorique suit approximativement une loi normale. Cette propriété est spécifique aux suites aléatoires.

92

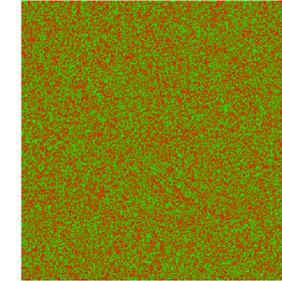
Reconnaitre l'aléatoire : générateur déterministe

- Les 2000 premiers termes de la constante de Champernowne C_2
 - Concaténation de la suite croissante des entiers codée en base 2
 - 1 10 11 100 101 110 111 1000 ...

```
110111001011101111000100110101011100110111101111100001000110010100111010010101101101011110001
10011101011011110011101111011111000001000011000101000111001001001011001101001111010001010011
0101010101101100101101110111110000110001110011100111010011010111011011011111000111001
1110101110111100111011110111110000001000001100001010000111000100100010110001101000111100
1000100100110010101001011100110010011011001111010000101000110100101001110101001010101
10101101010111011000101100110110101011011101100101110110111101101111100000110000111000101100
011110010011001011100110110011110100011010011101010101011101100110110111011011111100001
1100011110010111001111010011101011110110111110001111001111010111011111100111110111111111
1011111110000001000001100000101000001100001001000010110000110100001111000100010001001100010
10100010111000110010001101100011110010000100100011001001010010011100101001001010110010
11010010111100110001001100110011010011011001110110011101001111010011111010000010100001010
001010100011101001001001001101001101010011110101000101001101010101010101101011001010110101
011101010111101100001011000101100101011001110110100101101011011011011101110001011100110
111010101101101110010111011011110101111110000011000001110000101100001111000100110001011
100010110001111001000110010011100101100101110011001100110110011111010001110100011010001
110100101101001111010100110101011101011011010111101100011011001110110101101110111001101110
111011101101111110000011000011100010111000111100101110011011101100011101000111010001110
011111011011110111111000111100111110101111100111110111111100111110111111110000000100
0000011000001010000011100001001000001011000001101000001111000010001000100110000101010000101
1100001100100001101100001111100010001000100011000100101000100111000101000101011000
10110
```

Reconnaitre l'aléatoire : générateur déterministe

- Répartition des 1 et des 0 pour C_2 ; Ci-dessous les 250 000 premiers termes de la suite
- 500 lignes de comprend 500 termes : 1 et 0 sont représentés par des pixels de couleur spécifique



- Adéquation à la loi uniforme : Becher & Graus (2024). The discrepancy of the Champernowne constant.

Reconnaitre l'aléatoire : : générateur déterministe

- La constante de Champernowne C_2 est un nombre normal en base 2
- Ce qui implique l'équipartition des motifs de taille quelconque donnée
- Par exemple, les proportions des 8 motifs de taille 3, 000,001,010,011,100,101,110,111 sont égales à $1/8$
- Il résulte des propriétés précédentes que les fréquences conditionnelles d'obtenir 1 ou 0 tendent vers $1/2$ quel que soit le motif de taille 2, 00,01,10,11 qui précède.
- Toute stratégie construite à partir de l'observation de motifs passés procure des gains en moyenne nulle
- Bien que les « évolutions du marché » soient modélisées par un générateur déterministe.

Reconnaitre l'aléatoire : : générateur déterministe

- Dans l'échantillon précédent, de taille 2000, on peut tester si les 8 motifs de taille 3, 000,001,010,011,100,101,110,111 sont également répartis.

Motifs	111	110	101	100	000	001	010	011
nombre d'apparitions	328	273	269	224	187	224	221	272
effectifs théoriques	250	250	250	250	250	250	250	250

- On remarque, par exemple, que le motif 111 est trop représenté, le motif 000, pas assez
- On rappelle que ce phénomène doit disparaître si on augmente la taille de l'échantillon
- On peut alors effectuer un test du Khi-deux d'adéquation à la distribution uniforme

97

Reconnaitre l'aléatoire : : générateur déterministe

Motifs	111	110	101	100	000	001	010	011
nombre d'apparitions	328	273	269	224	187	224	221	272
effectifs théoriques	250	250	250	250	250	250	250	250

- $\frac{(328-250)^2}{250} + \frac{(27-250)^2}{250} + \frac{(269-250)^2}{250} + \frac{(224-250)^2}{250} + \frac{(187-250)^2}{250} + \frac{(224-250)^2}{250} + \frac{(221-250)^2}{250} + \frac{(272-250)^2}{250}$ doit suivre une loi du khi-deux à 7 degrés de libertés sous l'hypothèse que les motifs sont uniformément répartis
- Et sous l'hypothèse que le générateur de motifs est aléatoire (hypothèse souvent implicite, mais cruciale).
- La statistique précédente vaut 54,53
- Bien au-delà de la valeur critique au seuil de 5% qui est égale à 2,17
- On est donc, si l'on suit la méthodologie statistique standard, amené à rejeter l'hypothèse nulle d'équirépartition des motifs.

98

Reconnaitre l'aléatoire : : générateur déterministe

- La p-valeur est la probabilité d'obtenir une valeur au moins aussi extrême que celle observée, sous l'hypothèse nulle .
- Ici, la p-valeur est de l'ordre de 2×10^{-9} .
- Sans surprise, si l'on demande à ChatGPT d'analyser le tableau précédent, on conclut au rejet de l'hypothèse nulle.

The chi-square test statistic for the three-digit sequence frequencies is approximately 54.53, and the p-value is approximately 1.85e-9.

Since the p-value is extremely small (much less than 0.05), we can reject the null hypothesis that the observed frequencies follow a uniform distribution. This suggests that the frequencies of the three-digit sequences are **not consistent** with a uniform distribution. [↗]

- ChatGPT se trompe : il répond selon sa base d'apprentissage, où l'hypothèse implicite est que les données sont générées aléatoirement

99

Reconnaitre l'aléatoire : : générateur pseudo-aléatoire (échantillonnage par Python)

- Que conclure de l'exemple précédent ?
 - *On rejette à tort l'hypothèse de distribution uniforme car on applique un test qui n'est valide que si les données ont été générées aléatoirement*
 - *Or, c'est ce qui est en jeu dans le trading algorithmique.*
 - Selon le holisme de la réfutation, ou thèse de Duhem-Quine, nous ne pouvons pas tester isolément une hypothèse, mais seulement des ensembles d'hypothèses. En cas d'échec d'un test, nous pouvons seulement conclure qu'au moins une hypothèse est falsifiée, mais nous ne pouvons pas déterminer laquelle.
 - *Implications pratiques :*

100

Reconnaitre l'aléatoire : générateur déterministe

- Que conclure de l'exemple précédent ?
 - On rejette à tort l'hypothèse de distribution uniforme car on applique un test qui n'est valide que si les données ont été générées aléatoirement
 - Or, c'est ce qui est en jeu dans le trading algorithmique.
 - Selon le holisme de la réfutation, ou thèse de Duhem-Quine, nous ne pouvons pas tester isolément une hypothèse, mais seulement des ensembles d'hypothèses. En cas d'échec d'un test, nous pouvons seulement conclure qu'au moins une hypothèse est falsifiée, mais nous ne pouvons pas déterminer laquelle.
 - Implications pratiques :

101

Comment reconnaître l'aléatoire ? Exercice

- 1) Lancer 4 fois une pièce : pile codé 1, face codée 0
- 1 bis) Utiliser 4 fois le générateur alea() d'Excel. Si alea() $>$ 0,5, on code 1,0 sinon
- 2) On cherche à simuler mentalement une suite aléatoire de 4 bits
- 3) On décide de choisir 4 nombres parmi 0 ou 1
 - Décision : non aléatoire
 - Avez-vous suivi une règle ? Délibérément ? Le savez-vous ?
- 4) On prend son nom de famille (les 4 premiers caractères), on code 1 une consonne, 0 une voyelle
 - On suit une règle
- Montrer votre résultat (dans le désordre) à votre voisin

102

Comment reconnaître l'aléatoire ? Exercice

- Montrer votre résultat (dans le désordre) à votre voisin
- 1) A-t-il bien deviné ?
 - Sait-il distinguer l'aléatoire du non aléatoire (règle)

103

Comment reconnaître l'aléatoire ? Exercice

- Montrer votre résultat (dans le désordre) à votre voisin
- 1) A-t-il bien deviné ?
 - Sait-il distinguer l'aléatoire du non aléatoire (règle)
- 2) La question est-elle bien formulée ?
 - Réponse : ...

104

Sophisme du joueur et biais de représentativité

105

Le sophisme du joueur

- Tversky, A., & Kahneman, D. (1974). *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases*. Science.
- Si l'on considère un tirage de pièces (H Heads, T Tails)
- La suite H-T-H-T-T-H est considérée comme plus probable que H-H-H-T-T-T qui n'apparaît pas comme aléatoire.
- Et comme plus probable également que H-H-H-H--H, qui ne semble pas associée à l'équiprobabilité.
- Ceci est lié à l'idée que les propriétés d'une suite doivent se retrouver dans tout petit échantillon, supposé « représentatif » (**biais de représentativité**)

106

Le sophisme du joueur

00111000110010000100	01000101001100010100
00100010001000000001	11101001100011110100
00110010101100001111	01110100011000110111
11001100010101100100	10001001011011011100
10001000000011111001	01100100010010000100

Quelle est la **suite de nombres** qui peut être considérée comme **aléatoire** et quelle est celle qui provient d'un humain d'intelligence moyenne qui cherche à reproduire l'aléatoire ?

Réponse : un humain « moyen » va tendre à sous-estimer l'occurrence des longues chaînes de 0 et de 1 (biais de représentativité) par rapport à un générateur aléatoire.

On peut quantifier les capacités cognitives en matière aléatoire selon deux dimensions « logical depth » (Bennett) et la complexité algorithmique (Kolmogorov – Chaitin) :

<http://www.complexitycalculator.com>

107

Le sophisme du joueur

- Le biais cognitif que l'on va examiner sous divers angles est connu comme le biais de représentativité
 - Ou parfois « loi des petits nombres »
 - Elle consiste à penser que les propriétés statistiques des petits échantillons ressemblent à celles d'une population
 - Ou qu'une suite aléatoire finie a les mêmes propriétés qu'une suite aléatoire non limitée en taille
 - Ainsi d'après la loi des grands nombres, la fréquence d'apparition des 0 et des 1 pour des tirages indépendants dans une loi de Bernoulli de paramètre $\frac{1}{2}$ (tirages de pile ou face) devrait tendre vers $\frac{1}{2}$
 - Les individus s'attendent donc à retrouver autant de 0 (baisse) que de 1 (hausse) dans des petits échantillons

108

Le sophisme du joueur

- La suite 10010110 leur paraîtra plus représentative de l'aléatoire que la suite 11111111
 - Ceci va amener au biais dit du parieur (*Gambler's fallacy*)
- A contrario, un individu qui observe la suite 11111111 va sous-estimer la probabilité que ceci résulte du hasard et trop vite penser qu'il s'agit d'une régularité
 - Il va donc prolonger la suite précédente par des 1
 - Il recourt « trop vite » à la logique inductive
 - Hot hand fallacy (ou « loi des séries ») : surestimer $P(1|11111111)$

109

Le sophisme du joueur

- Une autre approche de la (fausse) loi des petits nombres
- Considérons un grand échantillon, on s'attend à ce que les proportions de hausses et de baisses soient à peu égales
- On divise l'échantillon en 2 : il devrait en être de même pour chaque sous-échantillon, sinon chacun serait déséquilibré
- Et ainsi de suite. On arrive à aux échantillons HB ou BH
- En concaténant les doublets on aura des $HBBH$ ou des $BHHB$
- On voit qu'il est impossible d'obtenir des séquences du type HHH ou BBB . $P(B|HH) = 1$ et $P(H|BB) = 1$
- Non aléatoire
- Donc, nécessairement, il existe des petits échantillons qui ne sont pas équirépartis

110

Student 1:

THHHTHTTTTHTTHTTTTHHTHTTHT
HHHTHTHHTHTTHTTTTHTTTHTH
TTHHTTTTTTTHTHHHHHTHTHTH
THTHTHHHHHTHTTTTTHTTHTHTH

Student 2:

HTTHTTHTHHTTHTHTTTHHTHTT
HTTHHHTTHTTHTHTHTHHTTHTTH
THTHTHTHHHTTHTHTHTHHTHTTT
HTHHTHTHTHTHHTTHTHTTHTHT

Reconnaître le hasard: On demande à deux étudiants de jouer à pile ou face (H Heads T Tails)

Est-ce que les étudiants ont vraiment lancé des pièces ?

Comment savoir si l'un des deux a « triché » ?

Voir plus loin dans ces transparents pour répondre presque immédiatement à cette question.

111

Le sophisme du joueur

- Laplace (1840), un précurseur en finance comportementale
 - Voir le chapitre « Des illusions dans l'estimation des Probabilités » dans *l'Essai philosophique sur les probabilités*.
- « Nos passions, nos préjugés et les opinions dominantes, en exagérant les probabilités qui leur sont favorables, et en atténuant les probabilités contraires, sont des sources abondantes d'illusions dangereuses ».
- « Ici, comme en tout, les illusions sont dangereuses, et la vérité seule est généralement utile. Un des grands avantages du calcul des probabilités est d'apprendre à se défier des premiers aperçus ».

112

Le sophisme du joueur

- Laplace (1840), un précurseur en finance comportementale
 - Voir notamment son chapitre « Des illusions dans l'estimation des Probabilités ».
- « *Il est, par exemple, très peu vraisemblable qu'au jeu de croix ou pile on amènera croix dix fois de suite. Cette invraisemblance, qui nous frappe encore lorsqu'il est arrivé neuf fois, nous porte à croire qu'au dixième coup pile arrivera.*
- Il s'agit de l'illusion du parieur (gambler's fallacy).
- Laplace l'explique comme une confusion entre tirage sans remise (ou tirage dans l'échantillon) et tirage avec remise (ou tirage dans une population infinie ou suite aléatoire infinie)

113

Le sophisme du joueur

J'ai vu des hommes désirant ardemment d'avoir un fils, n'apprendre qu'avec peine les naissances des garçons dans le mois où ils allaient devenir pères. S'imaginant que le rapport de ces naissances à celles des filles devait être le même à la fin de chaque mois, ils jugeaient que les garçons déjà nés rendaient plus probables les naissances prochaines des filles. Ainsi l'extraction d'une boule blanche d'une urne qui renferme un nombre limité de boules blanches et de boules noires, accroît la probabilité d'extraire une boule noire au tirage suivant. Mais cela cesse d'avoir lieu quand le nombre des boules de l'urne est illimité, comme on doit le supposer, pour assimiler ce cas à celui des naissances. Si dans le cours d'un mois il était né beaucoup

Voir exercice en rapport avec l'observation de Laplace

114

Le sophisme du joueur

Statistical Science
2020, Vol. 35, No. 2, 159–170
<https://doi.org/10.1214/19-ST5696>
© Institute of Mathematical Statistics, 2020

Laplace's Theories of Cognitive Illusions, Heuristics and Biases

Joshua B. Miller and Andrew Gelman

Abstract. In his book from the early 1800s, *Essai Philosophique sur les Probabilités*, the mathematician Pierre-Simon de Laplace anticipated many ideas developed within the past 50 years in cognitive psychology and behavioral economics, explaining human tendencies to deviate from norms of rationality in the presence of probability and uncertainty. A look at Laplace's theories and reasoning is striking, both in how modern they seem, how much progress he made without the benefit of systematic experimentation, and the novelty of a few of his unexplored conjectures. We argue that this work points to these theories being more fundamental and less contingent on recent experimental findings than we might have thought.

115

Le sophisme du joueur

- L'illusion du parieur vue par Emile Borel (Le hasard, chapitre 2 : les lois du jeu de pile ou face) et Joseph Bertrand (Calcul des probabilités)

C'est surtout l'habitude des jeux de hasard qui rend certains esprits réfractaires à cette notion de l'indépendance des événements successifs; comme ils ont observé que, dans une longue série, les coups de pile ou face sont à peu près également nombreux¹, ils en concluent qu'une longue série de coups ayant amené pile *doit* être suivie d'un coup face; c'est une *dette* que le jeu a contractée envers eux. Il suffit d'un peu de réflexion pour se convaincre à quel point cet anthropomorphisme est puéril²: les raisons pour

- « *On fait trop d'honneur à la roulette elle n'a ni conscience ni mémoire. En supposant qu'à une rencontre inouïe succèdera, pour la réparer, un nouvel écart de la règle, on n'efface pas l'invraisemblance, on la redouble* »

116

Le sophisme du joueur

- L'illusion du parieur est analysée par Poincaré dans *La Science et l'Hypothèse* à propos de la Roulette, vue comme un jeu de hasard :
 - Elle les entraîne dans une singulière erreur, qui a été souvent relevée, et dans laquelle ils retombent toujours. Quand la rouge est sortie, par exemple, six fois de suite, ils mettent sur la noire, croyant jouer à coup sûr ; parce que, disent-ils, il est bien rare que la rouge sorte sept fois de suite.
 - En réalité, leur probabilité de gain reste 1/2. L'observation montre, il est vrai, que les séries de sept rouges consécutives sont très rares ; mais, les séries de six rouges suivies d'une noire sont tout aussi rares. Ils ont remarqué la rareté des séries de sept rouges ; s'ils n'ont pas remarqué la rareté des séries de six rouges et une noire, c'est uniquement parce que de pareilles séries frappent moins l'attention.
- Poincaré rejoint ici Bergson, Hume ou Goodman qui mettent en avant les dimensions psychologiques et culturelles dans l'appréhension du hasard

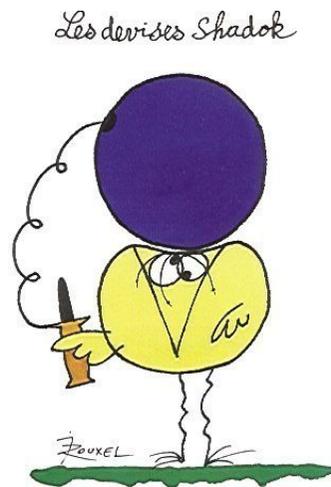
117

Le sophisme du joueur

- Hume, enquête sur l'entendement humain
 - « Nous sommes déterminés par l'**accoutumance** à transférer le passé au futur dans toutes nos inférences, si le passé a été entièrement régulier et invariable nous attendons l'événement avec la plus grande assurance et ne laissons aucune place à une supposition contraire ».
 - (les fréquences) « engendrent ce sentiment que nous appelons **croiance** ; et nous donnons à son objet la préférence sur l'événement contraire, qui n'est pas soutenu par un nombre égal d'expériences et qui ne se présente pas aussi fréquemment à la pensée dans le transfert du passé au futur.
- Hume nous donne une interprétation à la fois fréquentiste et subjective (cognitive) de la probabilité : ainsi, une série d'observations où les 1 prédominent sur les 0 est associée à une probabilité d'apparition plus grande des 1, pour l'esprit humain

118

Le sophisme du joueur (*gambler's fallacy*)



EN ESSAYANT CONTINUUELLEMENT
ON FINIT PAR RÉUSSIR. DONC:
PLUS ÇA RATE, PLUS ON A
DE CHANCES QUE ÇA MARCHÉ.

119

Le sophisme du joueur (*gambler's fallacy*)

- Après l'observation d'une longue suite de rouge sur une roulette, la plupart des gens croient que les cases noires vont maintenant arriver, probablement parce que l'occurrence des noires aboutira à une séquence plus « **représentative** » que l'occurrence d'une rouge supplémentaire
 - Tversky & Kahneman, 1974
- Après que le rouge soit sorti plusieurs fois de suite, 89% (!) ont précisé que le noir avait une plus forte probabilité que le rouge d'être gagnant au coup suivant
 - Lambert & Zaleska, 1966
- Confusion entre hasard et équirépartition

Le sophisme du joueur (*gambler's fallacy*)

- Au casino de Monte Carlo, le 18 août 1913, on remarqua que le noir était sorti consécutivement un certain nombre de fois.



Le casino de Monte Carlo

- Les parieurs commencèrent à miser sur le rouge. A la 27^e fois, le rouge sortit, mais entre-temps des millions de francs furent perdus.
 - Pour mémoire, la probabilité d'avoir 26 tirages de noirs consécutifs est de $\left(\frac{18}{37}\right)^{26} \approx 1$ chance sur 100 millions.

121

Le sophisme du joueur (*gambler's fallacy*)



122

Gambler's fallacy : une forme du biais de représentativité

► Probability fallacies

► Gambler's fallacy

... lose lose lose lose lose _____

"because I've lost so many times, my chances of winning soon are higher than average ..."



123

The Gambler's Fallacy

Cognitive Factors and The Psychology of Gambling

www.criticalthinkeracademy.com

124

Hot hand fallacy

125

Hot hand fallacy

- Une approche inductive (ou bayésienne) pousserait à une extrapolation
- Un algorithme de machine learning avec une base d'apprentissage pauvre serait aussi biaisé dans le sens de l'extrapolation.
- Si l'on connaît la règle du jeu, la séquence passée n'a aucune influence sur la probabilité d'occurrence du rouge ou du noir : équiprobabilité
 - *Attitude rationnelle si l'on connaît la règle du jeu*
 - *Et si l'on pense que les marchés sont efficients au sens faible*

Hot hand fallacy : tendance à l'extrapolation (induction), stratégies momentum au lieu de stratégies contrarian (Gambler's fallacy)

► Probability fallacies

► Gambler's fallacy

► "hot hand" fallacy

... win win win win win

"because I've won so many times, my chances of winning again are *higher* than average ..."



4:07 / 15:28



127

Hot hand fallacy

- Est-on capable de repérer des séquences inhabituellement longues de hausse ou de baisse ?
 - *Est-ce que $P(1|111) > P(1)$?*
 - 1 représente un "hit" (panier, coup au but).
 - *Cette croyance est courante au basket où l'on dit qu'un joueur "est en feu" ou qu'il a la main chaude.*
 - Gilovich, Vallone & Tversky (1985). The hot hand in basketball: On the misperception of random sequences. *Cognitive psychology*
 - *L'article précédent affirme que $P(1|111) = P(1)$.*
 - Il a été utilisé dans de nombreux articles de « finance comportementale » pour illustrer les biais cognitifs.
 - *En sens inverse, l'étude ci-dessous indique que $P(1|111) > P(1)$*
 - Raab, Gula, & Gigerenzer (2012). The hot hand exists in volleyball and is used for allocation decisions. *Journal of Experimental Psychology: Applied*.

128

Hot hand fallacy



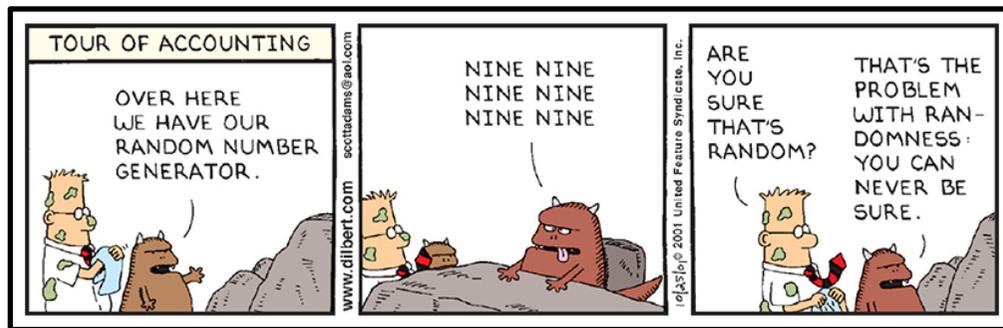
Wall Street Journal : <https://www.wsj.com/articles/does-the-hot-hand-exist-in-basketball-1393541857>

129

Hot hand fallacy

- L'article précédent était considéré comme exemplaire en matière d'illusion cognitive
 - Ses conclusions ont été en partie remises en question récemment
 - Est-ce que $P(1|111) > P(1)$?
 - Miller & Sanjurjo (2021). Is it a fallacy to believe in the hot hand in the NBA three-point contest?. *European Economic Review*.
 - Ritzwoller & Romano (2022). Uncertainty in the hot hand fallacy: Detecting streaky alternatives to random bernoulli sequences. *The Review of Economic Studies*.
 - McNair, Margolin, Law, & Ritov (2020). The Hot Hand and Its Effect on the NBA.
 - Pelechris & Winston (2022). The hot hand in the wild. *PloS one*
 - On observe effectivement pour certains joueurs une corrélation positive entre des séries de tirs réussis
 - On ne peut pas pour autant parler de « fallacy of the hot hand fallacy »

130



131

Hot hand fallacy



132

Hot hand fallacy

- Le transparent précédent (roulette russe) illustre les paradoxes de la « main chaude ».
- On rappelle également le sarcasme de Bertrand Russel

The man who has fed the chicken every day throughout its life at last wrings its neck instead, showing that more refined views as to the uniformity of nature would have been useful to the chicken.

- Voir également l'exercice relatif aux tirages sans remise dans une urne contenant des boules rouges et noire, qui repose sur la même idée :
- La rupture de l'uniformité est liée au caractère fini de la population et donc de l'échéance du « jeu »

133

Une classification des attitudes par rapport à l'arrivée des cours boursiers

- La classification précédente recoupe les modèles du risque de crédit, de l'assurance et de la fiabilité.
- On s'intéresse à la date à laquelle un incident va survenir
- Ici, par « incident », on veut dire une « rupture de tendance », par exemple quand une série de hausses va s'interrompre.
- En probabilités, la première date à laquelle une rupture est observée s'appelle un « temps d'arrêt » (stopping time)
- Les modèles relatifs à l'arrivée d'une rupture de tendance sont appelés « modèles de durée » : on s'intéresse à la longueur (aléatoire) de la tendance.
- Fonction hasard (hasard rate) : probabilité qu'une rupture (de tendance) soit observée à la prochaine date, sachant qu'elle n'a pas été observée jusqu'à présent

134

Hot hand fallacy

- Est-on capable de repérer des séquences inhabituellement longues de hausse ou de baisse ?
 - *Est-ce que $P(1|111) > P(1)$?*
 - *Une contribution récente qui interpelle*
 - Miller & Sanjurjo (2018). Surprised by the hot hand fallacy? A truth in the law of small numbers. *Econometrica*.
 - *On estime $P(1|111) = \frac{P(1111)}{P(111)}$ par $\frac{\# \{1111\}}{\# \{111\}}$ ($\# \{111\}$ fréquence d'apparition de 111*
 - *Cet estimateur est biaisé : $E \left[\frac{\# \{1111\}}{\# \{111\}} \right] < P(1|111)$*
 - Ce qui change les conclusions de l'article de Gilovich, Vallone & Tversky qui faisaient l'hypothèse d'un estimateur sans biais.
 - Il est intéressant de constater que des résultats aussi simples, importants et en fait intuitifs n'aient jamais été vus avant le 21^e siècle

135

136

Biais cognitifs et dynamique des marchés

137

Biais cognitifs et dynamique des marchés

- Considérons le modèle de la marche aléatoire comme illustration d'un marché efficient.
- La probabilité d'une hausse est égale à celle d'une baisse des cours (et ne dépend pas du passé).
- Cela implique qu'aucune stratégie de type momentum ou contrarian ne sera gagnante (en moyenne)
- Cependant, les investisseurs ne sont pas supposés croire a priori à la propriété précédente.
- Un parieur momentum va penser qu'une hausse est plus probable après une hausse (ou une série de hausses)
 - *De même pour les baisses*
- Un parieur contrarian va penser qu'une baisse est plus probable après une hausse (ou une série de hausses)

138

Biais cognitifs et dynamique des marchés

- Pour simplifier l'analyse, on va se centrer sur les prévisions des hausses et des baisses des cours
 - *Sans se préoccuper de l'ampleur de ces hausses ou baisses*
 - *Codage : 1 pour hausse un jour donné, 0 pour baisse*
 - *Historique boursier : représenté par une suite binaire 1101 ...*
 - *Rappel induction : observation passée de 11111 donne à penser que la prochaine observation sera 1*

139

Une classification des attitudes par rapport à l'arrivée des cours boursiers

- Quand la probabilité d'obtenir 1 à la date suivante diminue avec le nombre de 1 tirés précédemment
 - $P(1) > P(1|1) > P(1|11) > P(1|111) > \dots$
 - « *gambler's fallacy* »
- Au contraire de l'approche bayésienne (machine learning)
 - $P(1) < P(1|1) < P(1|11) < P(1|111) < \dots$
 - *Voir la règle de succession de Laplace*
- Classification financière des attitudes vis-à-vis des cours passés
 - $P(1) > P(1|1) > P(1|11) > P(1|111) > \dots$ *trend follower : considère qu'il y a des tendances sur les marchés financiers*
 - $P(1) < P(1|1) < P(1|11) < P(1|111) < \dots$ *contrarian considère qu'il y a des corrections sur les marchés*
 - $P(1) = P(1|1) = P(1|11) = \dots$ *marche aléatoire*

140

Biais cognitifs et dynamique des marchés

- Quels sont les raisonnements qui sous-tendent ces approches biaisées de l'aléatoire ?
- En ce qui concerne le sophisme du joueur
 - « loi des petits nombres », biais de représentativité (Kahneman)
 - Probabilité subjective d'une baisse sachant une série de baisses $< 1/2$
- Illusion de la main chaude
 - Tendance à l'extrapolation
 - Recours excessif à l'induction, à l'approche bayésienne, trop d'importance donnée au passé proche
 - Probabilité subjective d'une baisse sachant une série de baisses $> 1/2$

141

Biais cognitifs et dynamique des marchés

- L'investisseur soumis à l'illusion du joueur (gambler's fallacy) va plutôt utiliser des stratégies contrarian
 - Vendre après une hausse et vice-versa
- L'investisseur soumis à l'illusion de la « main chaude » va utiliser des stratégies momentum
- Alors même qu'en présence d'une marche aléatoire (une variante simple de l'hypothèse des marchés efficients), aucune de ces deux stratégies n'est pertinente
- Les illusions précédentes peuvent être à l'origine d'un excès d'activité spéculative, voire de déstabilisation des marchés
- A noter : un investisseur peut penser que les courtes séquences se prolongent (momentum à court terme) et se renversent si une série de hausses ou de baisses est trop longue

142

Biais cognitifs et dynamique des marchés

Psychological Bulletin
2009, Vol. 135, No. 2, 262–285

© 2009 American Psychological Association
0033-2909/09/\$12.00 DOI: 10.1037/a0014821

What's Next? Judging Sequences of Binary Events

An T. Oskarsson, Leaf Van Boven,
and Gary H. McClelland
University of Colorado at Boulder

Reid Hastie
University of Chicago

The authors review research on judgments of random and nonrandom sequences involving binary events with a focus on studies documenting gambler's fallacy and hot hand beliefs. The domains of judgment include random devices, births, lotteries, sports performances, stock prices, and others. After discussing existing theories of sequence judgments, the authors conclude that in many everyday settings people have naive complex models of the mechanisms they believe generate observed events, and they rely on these models for explanations, predictions, and other inferences about event sequences. The authors next introduce an explanation-based, mental models framework for describing people's beliefs about binary sequences, based on 4 perceived characteristics of the sequence generator: randomness, intentionality, control, and goal complexity. Furthermore, they propose a Markov process framework as a useful theoretical notation for the description of mental models and for the analysis of actual event sequences.

Keywords: hot hand, streaks, gambler's fallacy, binary sequence, Markov process

143

Biais cognitifs et dynamique des marchés

Human beings are built to see patterns in sensory and conceptual data of all types (Gawande, 1999; Gilovich, 1993). The capability to induce patterns and to predict what is hidden, what is missing, and what is next is one of our species' greatest achievements and advantage over other animals. The present article provides a review of people's capacities and biases when predicting what will happen next in temporally ordered sequences of binary events. To date, this stream of research has been dominated by studies of two types of sequences: events generated by putatively random devices such as casino games and births and events generated by skilled athletes. Most studies have focused on the differences in predictions for the two types of sequences, a gambler's fallacy bias for random events and a belief in hot hand streaks for sports events.

144

Quel numéro va suivre 111111 ?

- Induction classique (machine learning, test de QI) : 1
- Induction, paradoxe Vieu de Goodman (systèmes chaotiques) : 10
- lancer de pièce déterministe (avec une machine) : 1
- lancer de pièce avec conditions initiales aléatoires (Diaconis) :
- lancer d'une pièce non biaisée (probabilités classiques, marche aléatoire) : 0 avec probabilité $\frac{1}{2}$,
- lancer d'une pièce (principe de la raison non suffisante) : $\frac{1}{2}$
- lancer d'une pièce : d'Alembert, approche bayésienne avec a priori uniforme, règle de succession de Laplace $\frac{n+1}{n+2} = \frac{6}{7}$
- Efficience faible au sens de Fama : 1 avec une probabilité p légèrement supérieure à $\frac{1}{2}$ (prime de risque)
- Cygne noir : 1 avec probabilité de $1 - 10^{-n}$, $\approx -10^n$ avec probabilité de 10^{-n}
- Biais de représentativité (Kahneman), « gambler's fallacy » : 0 (contrarian)
- Loi des séries (hot hand fallacy) : 1 avec une probabilité élevée.
- Chartisme : 1 ou 0 selon l'analyste
- Knight : non probabilisable
- Ce qui suit dans la représentation binaire d'un nombre...

145

146

147

148

Dynamique des marchés

149

Dynamique des marchés

- On note t la date courante.
- I_t : variable indicatrice d'une hausse des cours entre $t - 1$ et t
- $I_t = 1$ si hausse des cours
- $I_t = 0$ si baisse des cours
- I_t : variable aléatoire suivant une loi de Bernoulli
- $P(I_t = 1) = p$
- Une suite aléatoire est une famille de variables aléatoires $(I_t)_{t \in \mathbb{N}}$ mutuellement indépendantes
- $P(I_t = 1 | I_{t-1} = 1) = \frac{P(I_t=1, I_{t-1}=1)}{P(I_{t-1}=1)} = \frac{P(I_t=1)P(I_{t-1}=1)}{P(I_{t-1}=1)} = p$
- De même $P(I_t = 1 | I_{t-1} = 0) = p$
- Probabilité conditionnelle = probabilité marginale

150

Dynamique des marchés

- Quid des (auto)-corrélations entre les indicatrices de hausse des cours
- On rappelle que $\text{Var}[I_t] = E[I_t^2] - (E[I_t])^2 = p(1 - p)$
- $$\rho(I_t, I_{t-1}) = \frac{\text{Cov}(I_t, I_{t-1})}{\sqrt{\text{Var}[I_t] \times \text{Var}[I_{t-1}]}}$$
- $\text{Cov}(I_t, I_{t-1}) = E[I_t I_{t-1}] - E[I_t]E[I_{t-1}]$
- $E[I_t I_{t-1}] = P(I_t = 1, I_{t-1} = 1) = P(I_t = 1 | I_{t-1} = 1)P(I_{t-1} = 1) = p^2$
- $P(I_t = 1 | I_{t-1} = 1) = P(I_t = 1)$ implique $\rho(I_t, I_{t-1}) = 0$
 - Remarque : $\rho(I_t, I_{t-1}) = 0$ est une conséquence directe de l'indépendance, mais on voulait expliciter la relation entre probabilité conditionnelle et autocorrélation d'ordre 1.

151

Dynamique des marchés

- Exercice : Montrer que $P(I_t = 1 | I_{t-1} = 1) = P(I_t = 1) = p$ implique $P(I_t = 1 | I_{t-1} = 0) = P(I_t = 1)$
- Commençons par calculer $P(I_t = 1, I_{t-1} = 0)$.
- On remarque que $P(I_t = 1, I_{t-1} = 0) = E[I_t(1 - I_{t-1})] = E[I_t] - E[I_t I_{t-1}]$
- D'après le transparent précédent $E[I_t I_{t-1}] = p^2$
- D'où $P(I_t = 1, I_{t-1} = 0) = p - p^2$
- $P(I_t = 1 | I_{t-1} = 0) = \frac{P(I_t=1, I_{t-1}=0)}{P(I_{t-1}=0)} = \frac{p - p^2}{1 - p} = p$
- CQFD
- Remarque : si on n'apprend rien d'une hausse à la période précédente, on n'apprend non plus rien d'une baisse à la période précédente.

152

Dynamique des marchés

- Exercice : Montrer que si $P(I_t = 1|I_{t-1} = 1) < P(I_t = 1) = p$ (une hausse tend à être suivie d'une baisse), alors $P(I_t = 1|I_{t-1} = 0) > P(I_t = 1) = p$ (une baisse tend à être suivie d'une hausse)
 - On peut alors parler de marché contrarian
- $P(I_t = 1|I_{t-1} = 1) < P(I_t = 1)$ est équivalent à $P(I_t = 1, I_{t-1} = 1) < P(I_{t-1} = 1)P(I_t = 1)$ ou à $E[I_t I_{t-1}] < E[I_t]E[I_{t-1}]$
- $P(I_t = 1|I_{t-1} = 0) = \frac{P(I_t=1, I_{t-1}=0)}{P(I_{t-1}=0)} = \frac{E[I_t] - E[I_t I_{t-1}]}{1-p}$
- $\frac{E[I_t] - E[I_t I_{t-1}]}{1-p} > \frac{E[I_t] - E[I_t]E[I_{t-1}]}{1-p}$ (d'après l'inégalité en bleu)
- $\frac{E[I_t] - E[I_t]E[I_{t-1}]}{1-p} = \frac{p - p^2}{1-p} = p$
- $P(I_t = 1|I_{t-1} = 0) > p$ (ce qu'on voulait démontrer)

153

Dynamique des marchés

- Pour une marche aléatoire, autocorrélation d'ordre 1 (entre I_t et I_{t-1}) égale à zéro.
- Pour une marche aléatoire, on a aussi indépendance entre I_t et I_{t-n} , $\forall n \in \mathbb{N}^*$: toutes les autocorrélations sont nulles
- Par ailleurs, on s'est intéressé aux probabilités de hausse sachant le dernier mouvement
 - $P(I_t = 1|I_{t-1} = 1) = P(I_t = 1|I_{t-1} = 0)$
 - Le dernier mouvement n'est pas informatif
 - Pas de stratégie momentum ou contrarian profitable
- La propriété précédente d'indépendance conditionnelle reste vraie pour toute trajectoire passée :
 - $P(I_t = 1|I_{t-1}, I_{t-2}, \dots, I_{t-n}) = P(I_t = 1)$
 - C'est l'expression formelle de l'efficiency faible

154

Références

- Tversky & Kahneman (1971). Belief in the law of small numbers. *Psychological bulletin*.
- Wagenaar (1972). Generation of random sequences by human subjects: A critical survey of literature. *Psychological Bulletin*.
- Kahneman & Tversky (1973). On the psychology of prediction. *Psychological review*.
- Lopes & Oden (1987). Distinguishing between random and nonrandom events. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*.
- Barberis, Shleifer & Vishny (1998). A model of investor sentiment. *Journal of financial economics*.
- Rabin (2002). Inference by believers in the law of small numbers. *The Quarterly Journal of Economics*.
- Bloomfield & Hales (2002). Predicting the next step of a random walk: experimental evidence of regime-shifting beliefs. *Journal of financial Economics*.
- Durham, Hertz, & Martin (2005). The market impact of trends and sequences in performance: New evidence. *The Journal of Finance*.

155

Références

- Oskarsson, Van Boven, McClelland, & Hastie (2009). What's next? Judging sequences of binary events. *Psychological bulletin*.
- Roney & Trick (2009). Sympathetic magic and perceptions of randomness: The hot hand versus the gambler's fallacy. *Thinking & reasoning*.
- Asparouhova, Hertz, & Lemmon (2009). Inference from streaks in random outcomes: Experimental evidence on beliefs in regime shifting and the law of small numbers. *Management Science*.
- Rabin & Vayanos (2010). The gambler's and hot-hand fallacies: Theory and applications. *The Review of Economic Studies*.
- Stone (2012). Measurement error and the hot hand. *The American Statistician*.
- Stöckl, Huber, Kirchler & Lindner (2015). Hot hand and gambler's fallacy in teams: Evidence from investment experiments. *Journal of Economic Behavior & Organization*.
- Warren, Gostoli, Farmer, El-Dereby & Hahn (2018). A re-examination of "bias" in human randomness perception. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*.

156

Références

- Benjamin (2019). Errors in probabilistic reasoning and judgment biases. *Handbook of Behavioral Economics: Applications and Foundations*.
- Pelster (2020). The gambler's and hot-hand fallacies: Empirical evidence from trading data. *Economics Letters*.
- Rao & Hastie (2023). Predicting Outcomes in a Sequence of Binary Events: Belief Updating and Gambler's Fallacy Reasoning. *Cognitive Science*.

157

Références

- Borel (1950) Probabilité et certitude
- Gilovich, Vallone & Tversky (1985). The hot hand in basketball: On the misperception of random sequences. *Cognitive psychology*
- Huber, Kirchler, & Stöckl (2010). The hot hand belief and the gambler's fallacy in investment decisions under risk. *Theory and decision*.
- Marquis de Laplace (1840). *Essai philosophique sur les probabilités*.
- Miller & Gelman (2020). Laplace's theories of cognitive illusions, heuristics and biases. *Statistical science*.
- Miller & Sanjurjo (2018). Surprised by the hot hand fallacy? A truth in the law of small numbers. *Econometrica*.
- Poincaré (1908). *La science et l'hypothèse*. Flammarion.

158

159

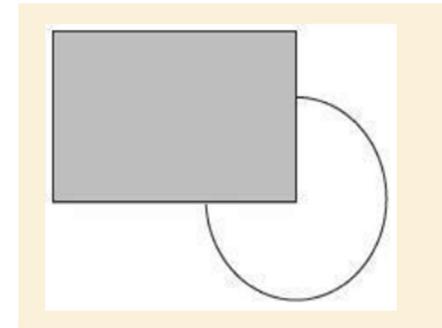
160

Dissonance cognitive

161

Dissonance cognitive

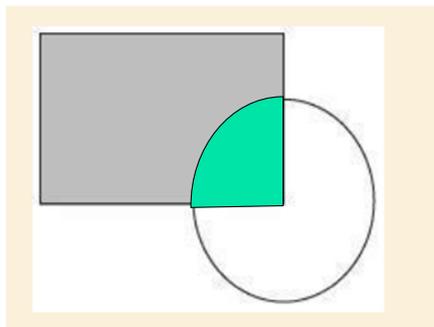
- Considérons le problème de prévision suivant
- Quelle forme se cache derrière le rectangle gris ?



162

Dissonance cognitive

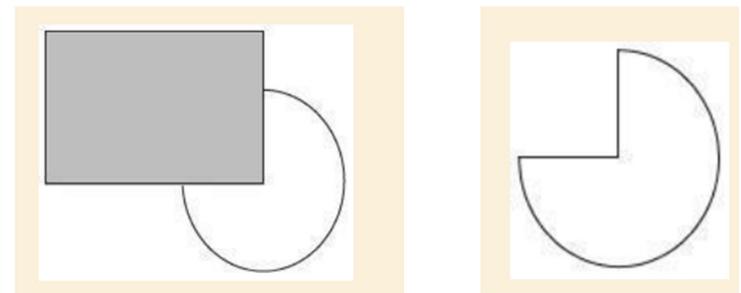
- Réponse ?



163

Dissonance cognitive

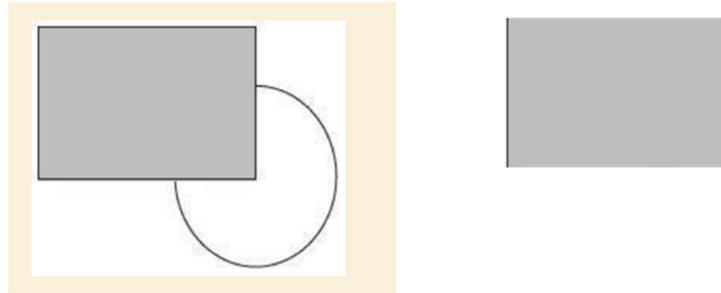
- La bonne réponse ? Rien !



164

Dissonance cognitive

- La bonne réponse ? Le rectangle !



- La bonne réponse ? Toute surface contenue dans le rectangle ...

165

Dissonance cognitive

- Réduction de la dissonance cognitive
- Meilleure compréhension du problème
- Il n'y a pas de règle logique qui permette une « bonne prédiction »
- Le cerveau (système 1) a cherché et trouvé la solution la plus « harmonieuse »
- Le problème est la croyance qu'il s'agit de la bonne réponse
 - *Et qu'il y a une bonne réponse car à l'école comme en entreprise, on doit donner des (bonnes) réponses ...*

166

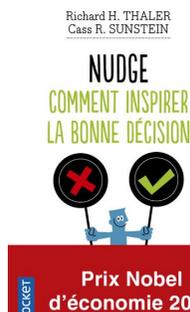
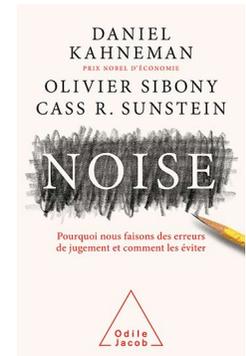
Des effets connus aux causes inconnues : les biais cognitifs

- En finance, on a des données financières que l'on peut collecter (acheter en fait !) et interpréter.
- Traiter l'information financière brute, c'est lui donner un sens et le valider empiriquement
- Partir de ce qu'on observe, pour inférer une connaissance sur les causes, trouver des explications, correspond à ce que Charles S. Peirce appelle l'abduction
- Deux biais cognitifs vont fausser l'analyse financière
 - *Le biais rétrospectif*
 - *Le biais de confirmation (d'hypothèse)*
 - *Le point de départ est la dissonance cognitive et/ou le besoin compulsif d'associer des causes aux effets*

167

Dissonance cognitive

- Dans leur ouvrage récent, Kahneman, Sibony et Sunstein s'intéressent au jugement des experts en matière financière
- Ils prennent l'exemple des souscripteurs et experts en sinistres dans les compagnies d'assurances
- Ces experts ont un rôle fondamental dans la tarification, le provisionnement des sinistres
- De même que les spécialistes de l'évaluation en M&A ou les analystes financiers.
- Une étude a été menée (audit de bruit) pour évaluer la dispersion des évaluations.
- Réponse attendue par les dirigeants : 10%



168

Dissonance cognitive

- En fait, l'écart relatif médian entre deux estimations était de 55% pour les souscripteurs et de 43% pour les experts en sinistres
- La dissonance cognitive crée un sentiment d'inconfort
 - En matière d'investissement financier, on va être fréquemment confronté à la dissonance cognitive
 - Car le bruit (la chance) joue un rôle important dans le succès
 - Et les véritables experts sont rares : performances décevantes des gérants de fonds, expérience précédente
- Comment réduire la dissonance ?
 - Kahneman et al évoquent l'**illusion d'accord** entre les experts
 - Kahneman propose par ailleurs de recourir à des procédures de décision « rule-based » plutôt que reposant sur l'intuition

169

Dissonance cognitive

- **Dissonance cognitive** : tension quand les croyances entrent en contradiction avec les faits
 - Exemple : capacité prédictive ou managériale surestimée
 - Entre en contradiction avec l'efficacité économique
 - Incertitude crée un sentiment d'insécurité : qu'est-ce qui est lié aux capacités et à la chance ?

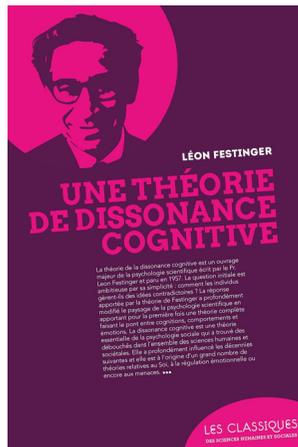


Leon Festinger

170

Dissonance cognitive

- Léon Festinger : A theory of cognitive dissonance (1957)



Les hypothèses fondamentales que je souhaite formuler sont les suivantes :

1 – L'existence d'une dissonance étant psychologiquement inconfortable, elle motivera l'intéressé à vouloir la réduire pour atteindre une consonance.

2 – S'il y a dissonance, outre vouloir la réduire, l'intéressé cherchera activement à éviter les situations et les informations qui pourraient l'augmenter.

171

Dissonance cognitive

- Deux cognitions (ou groupes de cognitions) peuvent entretenir entre elles une relation d'incompatibilité (*inconsistante*), une relation de compatibilité (*consistante*), ou une relation *non pertinente* (ou *neutre*).
- L'existence d'une relation d'incompatibilité (i.e. l'*inconsistance*) est génératrice d'un état d'inconfort psychologique qui motive la personne à le réduire : cet état est nommé *état de dissonance cognitive*.
- Pour réduire cet état d'inconfort psychologique, la personne recourt à des stratégies visant à recouvrer un état de tension acceptable. Il est d'usage de nommer ces stratégies *modes de réduction de la dissonance* ou *voies de réduction de la dissonance*.

David C. F. Valdis

La dissonance cognitive



DUNOD

172

Dissonance cognitive : psychologie sociale

- Présence simultanée d'éléments contradictoires dans la pensée de l'individu
- Tension interne propre au système de pensées ou croyances contradictoires d'une personne.
- Festinger étudie les stratégies de **maintien de la cohérence cognitive**
- Notamment les **stratégies d'évitement** des circonstances identifiées comme source de dissonance.
 - Exemple : Information sélective comme mode de réduction de la dissonance
 - Recherche des informations validant une hypothèse, élimination ou invalidation des informations contraires
 - Manipulation interne des croyances, biais rétrospectif

173

Dissonance cognitive

- Incertitude de sens (concept voisin)
 - Etat que connaît l'individu lorsqu'une partie de ses systèmes de représentation est altérée ou risque de l'être.
 - Gérald Bronner, L'Incertitude
- Ceci s'applique à des « esprits scientifiques » et à l'orée d'une révolution scientifique
 - « En ce moment, la physique est de nouveau terriblement confuse. (...) C'est trop difficile pour moi et je voudrais (...) n'avoir jamais entendu parler de physique ».
 - W. Pauli cité par Thomas Kuhn, La structure des révolutions scientifiques
 - "It was as if the ground had been pulled out from under one, with no firm foundation to be seen anywhere, upon which one could have built" (Einstein, cité dans le même ouvrage).

174

Dissonance cognitive

- « L'évacuation du hasard, constitue (...) un exemple manifeste de réduction de l'incertitude de sens »
 - Bronner, L'Incertitude
- Bozon illustre les pratiques pour conjurer le maléfique hasard (« loterie du sang ») de la conscription
 - Bozon (1987). Apprivoiser le hasard. La conscription au XIXe siècle
- « L'approche du tirage incitait les jeunes gens à agir sur le sort. Les folkloristes de la fin du xixe siècle ont complaisamment noté les pratiques magiques utilisées par les conscrits ruraux pour avoir la main heureuse »
 - Non pas que ceux qui se soumettent à des pratiques rituelles croient réellement qu'ils conjureront le « mauvais sort »
 - Mais parce qu'ils ont besoin d'y croire
- Voir aussi l'article « Croyances aux parasciences »

175

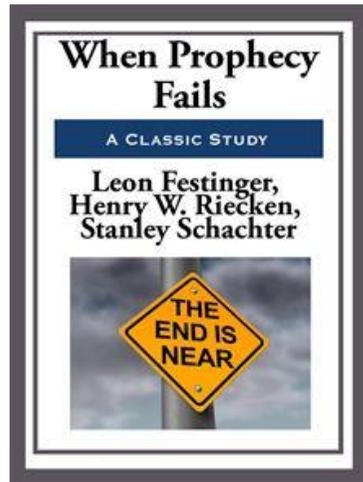
Dissonance cognitive

- Mécanismes de défense pour se protéger de l'incertitude, maintenir l'illusion d'un monde calculable, cohérent, explicable.
- Par exemple la rationalisation : le sujet ne modifie pas ses croyances mais cherche des « faits alternatifs » pour justifier ses croyances...
 - L'échec d'une prophétie (Festinger, Riecken et Schachter, 1956)
 - Les adeptes d'une secte étaient persuadés d'une invasion par des ovnis
 - Pour survivre, il fallait se rendre alors à un lieu sacré
 - Le jour venu, il y allèrent, la fin du monde n'était pas au rendez-vous.
 - Les adeptes ont considéré les extraterrestres avaient donné à la Terre une seconde chance
 - Le groupe a augmenté de façon spectaculaire son prosélytisme

176

Dissonance cognitive

- Le pire n'est pas toujours sûr (Paul Claudel, Edgar Morin)



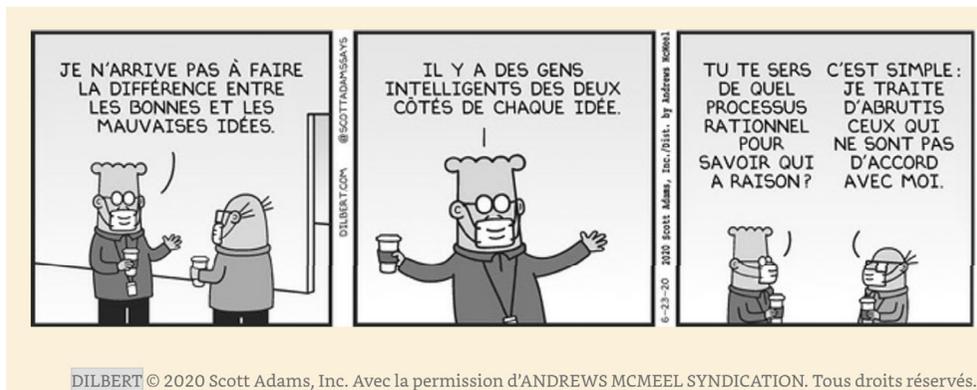
177

Réduction de la dissonance cognitive ...



178

Réduction de la dissonance cognitive ...



179

180

Narrative fallacies (illusion narrative, récit fallacieux), biais rétrospectif

fallacy, n.

A mistaken or delusory belief or idea, an error, esp. one founded on unsound reasoning.

a wrong idea or belief, usually one that is generally believed to be true; false reasoning

illusion

181



Narrative Economics: How Stories Go Viral... Robert J. Shiller

Narrative Economics

By ROBERT J. SHILLER

This address considers the epidemiology of narratives relevant to economic fluctuations. The human brain has always been highly tuned toward narratives, whether factual or not, to justify ongoing actions, even such basic actions as spending and investing. Stories motivate and connect activities to deeply felt values and needs. Narratives “go viral” and spread far, even worldwide, with economic impact. The 1920–1921 Depression, the Great Depression of the 1930s, the so-called Great Recession of 2007–2009, and the contentious political-economic situation of today are considered as the results of the popular narratives of their respective times. Though these narratives

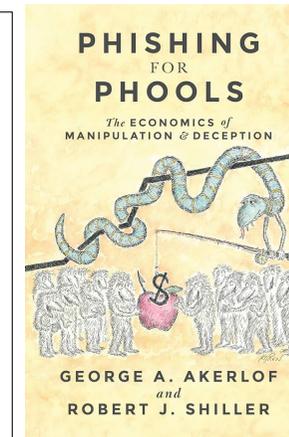
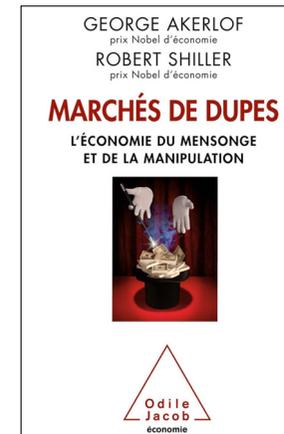
182

Narrative fallacies

- Notre esprit est formé de récits.
 - Et ces récits ne sont pas que des narrations et des descriptions.
 - Ils conditionnent nos attitudes et sont, par là-même performatifs.
- Qu'est-ce qui fait la force d'un récit ?
 - Qu'il soit partagé par un grand nombre de personnes
 - qu'il soit attractif, notamment parce qu'il vient renforcer des croyances initiales (biais de confirmation).
- Tant que les analystes financiers peuvent présenter une image cohérente du marché, « the price is right »

Most people will heed that kind of storm warning. However, in 1929 a great many people did not heed the warning communicated by the high price-earnings ratio. After the crash, many of them must have remembered the warnings and wondered why they had not listened.

183



changer en cours de route, parfois même brusquement. Dans nos pensées comme dans nos conversations, notre esprit change. Pas seulement parce que nous avons connaissance d'« informations » nouvelles, mais aussi parce que nous pouvons changer de point de vue ou interpréter nos informations de façon nouvelle¹³². Cette évolution de nos pensées montre que nos opinions, et les décisions fondées sur celles-ci n'ont pas nécessairement de cohérence.

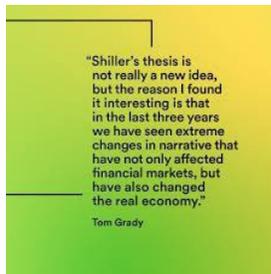
184

“What causes the recurrent bubbles and busts in financial markets that create so much disruption in our lives? Economists have explored all sorts of possible causes, from subtle changes in monetary policy to the solar sunspot cycle. In this fascinating book, Robert Shiller argues that **what really matters is a good story. Narrative economics, he argues, can explain what statistics miss**, and shows how viral shifts in economic thinking resemble real epidemics.”

—JOHN QUIGGIN, author of *Economics in Two Lessons*

“The idea that human behaviour can exert its own influence in the market is something that most traders would buy into. . . . But in *Narrative Economics*, Shiller goes much broader and deeper, looking at how the stories we tell ourselves about the world drive our behaviour. . . . Economists, he argues, need to study this if they are to have any hope of doing a better job than they have in the past of predicting major events—such as recessions or asset bubbles—and how people react to them.”

—RANA FOROOHAR, *Financial Times*



Schroders
Wealth Management

185

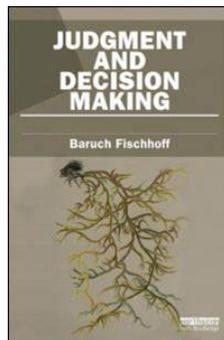
Narrative fallacies

In a bubble, the contagion is altered by the public attention to price increases: rapid price increases boost the contagion rate of popular stories justifying that increase, heightening demand and more price increases. **In a stock market bubble, these might be stories of the companies with glamorous new technology and of the people who created the technology.** In a housing bubble, these might be stories of clever people making a fortune flipping houses. There can also be price-to-GDP-to-price feedback, if speculative price increases stimulate purchases and hence more increases, price-to-corporate profits-to-price feedback, and price-to-regulatory laxity-to-price feedback, **all mediated by changing narratives** (Shiller 1984, 2000, 2015).

186

Biais rétrospectif

- Biais rétrospectif, *hindsight bias*
- Conduit à surévaluer nos capacités prédictives
 - Hindsight : recul, rétrospective.
 - In hindsight : rétrospectivement
 - *Connu aussi comme « I knew it all along effet »*
 - Je le savais depuis le début, je l'ai toujours su.
 - *Ou « creeping determinism »*
 - Déterminisme rampant
 - *Le terme et les premières expériences sont dus à Baruch Fischhoff*
 - Fischhoff (1975). Hindsight is not equal to foresight: the effect of outcome knowledge on judgment under uncertainty. *Journal of Experimental Psychology: Human perception and performance.*



Baruch Fischhoff

187

Biais rétrospectif

- Illustration du biais rétrospectif
 - *On demande à des gérants leur avis sur les perspectives boursières pour l'année à venir.*
 - *Certains prévoient un marché haussier, disons une proportion de 40%*
 - *Le marché a effectivement été haussier*
 - *On demande alors aux gérants ce qu'ils avaient prévu : 70% d'entre eux disent qu'ils avaient prévu que le marché serait haussier*
- Tendance à reconsidérer ses croyances (passées) en fonction du futur réalisé
 - *On se pense (de bonne foi) meilleur prévisionniste rétrospectivement qu'en réalité*
 - *On surestime également les performances prédictives des membres de la profession.*

188

Biais rétrospectif

ORGANIZATIONAL BEHAVIOR AND HUMAN PERFORMANCE 13, 1-16 (1975)

“I Knew It Would Happen”

Remembered Probabilities of Once–Future Things¹

BARUCH FISCHHOFF AND RUTH BEYTH

The Hebrew University of Jerusalem, Israel

189

Biais rétrospectif

Judges who had estimated the likelihood of various possible outcomes of President Nixon’s trips to Peking and Moscow were unexpectedly asked to remember, or reconstruct in the event that they had forgotten, their own predictions some time after the visits were completed. In addition, they indicated whether or not they thought that each event had in fact occurred. Remembered–reconstructed probabilities were generally higher than the originally assigned probabilities for events believed to have occurred and lower for those which had not (although the latter effect was less pronounced). In their original predictions, subjects overestimated low probabilities and underestimated high probabilities, although they were generally quite accurate. Judging by their reconstructed–remembered probabilities, however, subjects seldom perceived having been very surprised by what had or had not happened. These results are discussed in terms of cognitive “anchoring” and possible detrimental effects of outcome feedback.

190

Narrative fallacies et biais rétrospectif

- Pourquoi déterminisme rampant (creeping determinism) ?
 - “An apt name for this hypothesized tendency to perceive reported outcomes as having been relatively inevitable might be “**creeping determinism**”—in contrast with philosophical determinism, which is the conscious belief that whatever happens has to happen”.
 - Fischhoff (1975).
 - The tendency toward determinism is somehow implied in the method of retrospection itself. In retrospect, we seem to perceive the logic of the events which unfold themselves in a regular or linear fashion according to a recognizable pattern with an alleged inner necessity. So that we get the impression that it really could not have happened otherwise
 - Florovsky (1969). The Study of the Past, Ideas in History, Vol. II, p369

191

Narrative fallacies et biais rétrospectif

Debiasing the corporation:

An interview with Nobel laureate
Richard Thaler



- In this interview with McKinsey’s, Thaler considers how business leaders can apply principles of behavioral finance when allocating resources, generating forecasts, or making hard choices in uncertain business situations.
 - “CEOs have hindsight bias. Before [a decision] gets played out, the CEO will say, ‘Yeah, great. Let’s go for that gamble.’ . . . [If] it turns out that a competitor came up with a better version of that we all thought was a great idea, then the CEO is going to remember, ‘I never really liked this idea.’”

192

Narrative fallacies et biais rétrospectif

“CEOs have hindsight bias. Before [a decision] gets played out, the CEO will say, ‘Yeah, great. Let’s go for that gamble.’ . . . [If] it turns out that a competitor came up with a better version of that we all thought was a great idea, then the CEO is going to remember, ‘I never really liked this idea.’”



193

Narrative fallacies et biais rétrospectif

- biais rétrospectif : « I told you ... »



194

Narrative fallacies et biais rétrospectif

BEFORE EXAM

I feel I should study these topics. These might be asked in exam.



AFTER EXAM

I knew that question will come in the exam, I should have studied it



Un autre exemple de reconstruction a posteriori du passé. La décision qui a été prise signifiait justement qu'on n'avait pas bien prévu le futur.

195

Narrative fallacies et biais rétrospectif

- Origines du biais rétrospectif ?
- Fischhoff et Beyth (1975) : les données et les raisonnements cohérents avec le résultat final sont remémorées plus facilement que ceux qui vont à son encontre (mécanisme cognitif)

sense” out of the past. Attempting to understand why a particular outcome occurred seems, among other things, to **increase the salience of data and reasons which can be integrated into coherent explanatory patterns. Unintegratable data tend to be forgotten, deemphasized, or reinterpreted to fit the dominant explanation. Postdicted probabilities are estimated on the basis of such “updated” sets of event-descriptive data.** Given this mode of outcome knowledge processing, it can readily be shown that judges using any one of a number of judgmental heuristics for probability estimation (Tversky & Kahneman, 1974), will produce postdictive probabilities higher than the corresponding predictive estimates.

196

Narrative fallacies et biais rétrospectif

- Quelles sont les origines du biais rétrospectif ?
 - Roese & Vohs (2012). Hindsight bias. *Perspectives on psychological science*.
- **Cognitive:** People tend to distort or even **misremember** their earlier predictions about an event. It may be easier to recall information that is consistent with their current knowledge.
- **Metacognitive:** When people can easily understand how or why an event happened, that event can seem like it was easily foreseeable.
- **Motivational:** People like to think of the world as a predictable place. Believing an outcome was inevitable can be comforting for some people.

197

Narrative fallacies et biais rétrospectif

- Origines du biais rétrospectif ?
 - Roese & Vohs (2012). Hindsight bias. *Perspectives on psychological science*.
 - **Métacognition :** si une personne peut trouver aisément une explication à un événement, il lui semble facile à prévoir.
 - La métacognition est la représentation que l'on a des connaissances que l'on possède et de la façon dont on peut les construire et les utiliser.
 - Qu'en est-il de l'évolution des cours boursiers ? Pour un professionnel de l'analyse économique et financière (un expert), l'aisance cognitive va renforcer le biais rétrospectif
 - **Motivationnel :** Pour éviter la dissonance cognitive, le monde doit apparaître prévisible, plutôt qu'aléatoire
 - Les individus qui ont besoin de contrôle sont plus soumis au biais
 - On gagne de l'estime de soi en s'attribuant des compétences prévisionnelles

198

Narrative fallacies et biais rétrospectif

- Conséquence négative du biais rétrospectif : excès de confiance dans ses capacités prédictives
 - Thaler raconte dans son entretien avec McKinsey que l'Université Duke fait une enquête trimestrielle auprès des directeurs financiers (CFO), à propos de la rentabilité du S&P500 pour l'année à venir.
 - Il est demandé un intervalle de confiance à 80%. Donc, dans 80% des cas, la rentabilité devrait être dans l'intervalle de confiance
 - Après 10 ans d'enquêtes, il apparaît que la rentabilité n'est dans l'intervalle de confiance que dans 30% des cas !
 - Les directeurs financiers surestiment leur capacité de prévision financière (qui est en réalité très faible).
 - Confusion entre capacité prédictive et aisance cognitive

199

Narrative fallacies et biais rétrospectif

- Conséquence négative du biais rétrospectif :
- Comme on ne se rend plus compte de ses erreurs de prévision, on ne les analyse pas et on n'apprend pas correctement.

When we attempt to understand past events, we implicitly test the hypotheses or rules we use both to interpret and anticipate the world around us. If, in hindsight, we systematically underestimate the surprises that the past held and holds for us, we are subjecting those hypotheses to inordinately weak tests and, presumably, finding little reason to change them. (Fischhoff 1982, p. 343)

200

Hindsight Bias, Risk Perception, and Investment Performance

Bruno Biais

Toulouse University, 31000 Toulouse, France, biais@cict.fr

Martin Weber

Lehrstuhl für Bankbetriebslehre, Universität Mannheim, 68131 Mannheim, Germany, weber@bank.bwl.uni-mannheim.de

Decision making in financial markets relies crucially on information processing and learning. Efficient learning requires comparing new information to previous expectations. For example, after earnings announcements, investors must compare the news to their prior expectations. They must take into account the information content of the difference between the former and the latter. The hindsight bias, which is the inability to correctly remember one's prior expectations after observing new information, hinders such information processing. Biased agents are not surprised by new information, as "they knew it all along." Starting with Fischhoff (1975) and Fischhoff and Beyth (1975), this bias has been amply documented by the psychology literature.² This literature has shown that the hindsight bias arises in a large variety of contexts and that even the knowledge of this bias does not eliminate it.

201

Narrative fallacies et biais rétrospectif

- Biais et Weber (2009) ont procédé à une enquête auprès de 85 banquiers d'affaires à Londres et Francfort.
- Les banquiers étaient interrogés sur leurs domaines d'expertise : prédiction de rentabilité, de résultat, ...
- Ils ont montré que les banquiers, même expérimentés, étaient soumis de manière significative au biais rétrospectif.
- Mais, ceux qui sont le moins soumis au biais rétrospectif, sont les plus performants et les mieux payés
- Cohérent avec l'hypothèse d'apprentissage et la capacité à se « challenger », plutôt que de persister dans le confort des fausses certitudes.

202

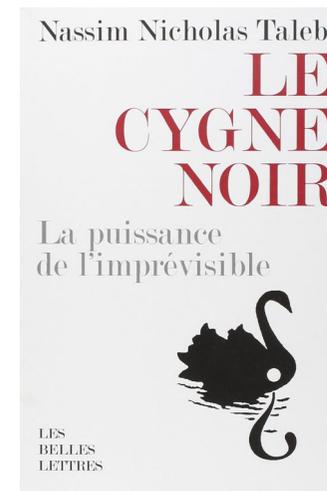
Narrative fallacies

The Black Swan: The Impact of the Highly Improbable is a 2007 book by Nassim Nicholas Taleb, who is a former options trader. The book focuses on the extreme impact of rare and unpredictable outlier events—and the human tendency to find simplistic explanations for these events, retrospectively. Taleb calls this the Black Swan theory.

The book covers subjects relating to knowledge, aesthetics, as well as ways of life, and uses elements of fiction and anecdotes from the author's life to elaborate his theories. It spent 36 weeks on the *New York Times* best-seller list.^[1]

The book is part of Taleb's five-volume series, titled the *Incerto*, including *Fooled by Randomness* (2001), *The Black Swan* (2007–2010), *The Bed of Procrustes* (2010–2016), *Antifragile* (2012), and *Skin in the Game* (2018).^[2]

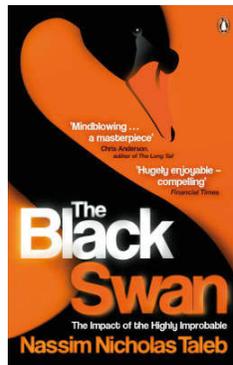
203



204

Narrative fallacies

- Recherche de « causalités » a posteriori
 - « Narrative fallacy » (Nassim Taleb)
 - Reconstruction du passé afin de lui donner un sens
 - Le jour où Saddam Hussein a été capturé, les prix des bons du trésor américain ont augmenté
 - Bloomberg transmis le flash d'information suivant
 - *US Treasuries rise; Hussein capture may not curb terrorism*
 - ½ heure après, les prix des bons du trésor américain repartent à la baisse et Bloomberg révisé son gros titre
 - *US Treasuries fall; Hussein capture boosts allure of risky assets*



205

Narrative fallacies

En décembre 2003, le jour où Saddam Hussein fut capturé, *Bloomberg News* diffusa à 13 h 01 un flash d'informations avec le titre suivant : « AUGMENTATION DES BONS DU TRÉSOR AMÉRICAIN ; L'ARRESTATION DE SADDAM HUSSEIN POURRAIT NE PAS ENRAYER LE TERRORISME. »

À chaque fois que le marché fluctue, les médias se sentent obligés d'en donner la « raison ». Une demi-heure plus tard, ils durent faire une nouvelle annonce. Le prix des bons du Trésor américain avait chuté (comme il fluctue toute la journée, cela n'avait rien d'extraordinaire), et *Bloomberg News* invoqua une nouvelle raison : l'arrestation de Saddam (le même que précédemment). À 13 h 31, la société diffusa le bulletin suivant : « CHUTE DES BONS DU TRÉSOR AMÉRICAIN ; L'ARRESTATION DE HUSSEIN ACCÉLÈRE LA PERCEPTION DU RISQUE. »

Ainsi la même arrestation (la cause) expliquait-elle un événement et son contraire exact. Il est clair que c'est impossible ; ces deux faits ne peuvent pas être liés.

206

Narrative fallacies

L'erreur de narration concerne notre quasi-incapacité à observer des suites d'événements sans leur attribuer une explication, ou, ce qui revient au même, sans leur attribuer coûte que coûte un lien logique, une *flèche de relation*. Les explications permettent de lier les faits ; elles les rendent d'autant plus mémorables. Elles permettent de leur *donner plus de sens*. Là où cette propension peut être préjudiciable, c'est lorsqu'elle augmente notre *impression* de comprendre les choses.

- Taleb (2010). *The Black Swan: The Impact of the Highly Improbable: With a new section: "On Robustness and Fragility"* (Vol. 2).
- Taleb (2008). *Le cygne noir: la puissance de l'imprévisible*.

207

Narrative fallacies

- Caractéristiques d'un « cygne noir » selon Taleb
 - Événement rare et difficilement prévisible
 - Impact (conséquences) important
 - **superficiellement prévisible après coup** (rétrospectivement)

une réalité empirique – une réalité qui m'obsède depuis l'enfance^[2]. Ce que nous appelons ici « Cygne Noir » (avec un « c » et un « n » majuscules) est un événement qui présente les trois caractéristiques suivantes :

Premièrement, il s'agit d'une aberration^[3] ; de fait, il se situe en dehors du cadre de nos attentes ordinaires, car rien dans le passé n'indique de façon convaincante qu'il ait des chances de se produire. Deuxièmement, son impact est extrêmement fort. Troisièmement, en dépit de son statut d'aberration, notre nature humaine nous pousse à élaborer après-coup des explications concernant sa survenue, le rendant ainsi explicable et prévisible.

Arrêtons-nous un instant pour résumer le triplet : rareté, impact extrêmement fort et prévisibilité rétrospective (mais pas prospective)^[4]. Une poignée de Cygnes

208

“A stupid decision that works out well becomes a brilliant decision in hindsight”

DANIEL KAHNEMAN



Imaginons que vous pariez 1 euros. Vous avez une chance sur 1000 de gagner 10 euros et 999 chances sur 1000 de perdre votre mise. Ce n'est pas un bon choix d'investissement ex-ante. Mais mettons qu'au bout du compte, vous gagnez les 10 euros. Ex-post, vous pourrez invoquer vos capacités de mentaliste.

209

Narrative fallacies

- Dans la théorie duale du fonctionnement cognitif (Kahneman), les mécanismes associatifs, la recherche de connexion causales et le maintien de la cohérence de nos perceptions font partie du « système 1 »

compris la raison de la colère de Fred. Le fait d'établir des connexions causales de ce type joue un rôle dans la compréhension des histoires, et c'est une opération automatique du Système 1. Le Système 2, votre soi conscient, s'est vu proposer cette interprétation causale et l'a acceptée.

- Kahneman (2016). *Système 1, système 2: les deux vitesses de la pensée*. Flammarion.

210

Narrative fallacies

- L'analyse de Kahneman

Une histoire citée par Nassim Taleb dans *Le Cygne noir* illustre cette recherche automatique de causalité. Il rapporte que le prix des obligations commença par monter le jour de la capture de Saddam Hussein en Irak. Apparemment, les investisseurs cherchaient des titres plus sûrs ce matin-là, et la chaîne de télévision Bloomberg News afficha l'information suivante : HAUSSE DES OBLIGATIONS ; LA CAPTURE DE HUSSEIN NE FREINE PAS LE TERRORISME. Une demi-heure plus tard, le prix des obligations redescendait, et l'information, révisée, disait : BAISSÉ DES OBLIGATIONS ; LA CAPTURE DE HUSSEIN, UN COUP DE FOUET POUR LES TITRES À RISQUE. Visiblement, la capture de Saddam Hussein avait été l'événement de la journée, et à cause de la

211

Narrative fallacies

capture de Saddam Hussein avait été l'événement de la journée, et à cause de la recherche automatique d'explication qui façonne notre mode de pensée, cet événement était voué à devenir l'explication toute faite pour tout ce qui pourrait survenir sur les marchés ce jour-là. Les deux informations donnent l'impression d'expliciter l'évolution du cours du marché, alors qu'en réalité, une déclaration propre à expliquer deux résultats contradictoires n'explique en fin de compte rien du tout. À vrai dire, tout ce que font ces informations, c'est satisfaire notre besoin de cohérence : un événement important est censé avoir des conséquences, et les conséquences ont besoin de causes pour les expliquer. Nous n'avons que des

212

"The idea that the future is unpredictable is undermined every day by the ease with which the past is explained."

**"The illusion that we understand the past fosters overconfidence in our ability to predict the future."
— Daniel Kahneman, *Thinking, Fast and Slow***

Si l'on observe un phénomène, par exemple, l'augmentation brutale de la volatilité sur les marchés financiers au mois de novembre, il n'est pas illogique d'en chercher la cause probable. C'est le mécanisme de l'**abduction**. Le problème, c'est que le système 1 peut facilement nous abuser. Par exemple, cette hausse de la volatilité est antérieure à la découverte du variant omicron

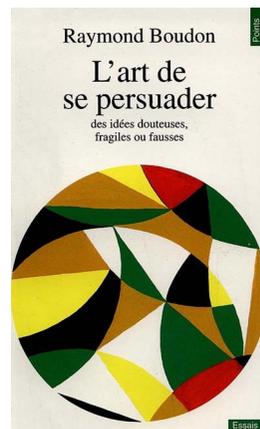
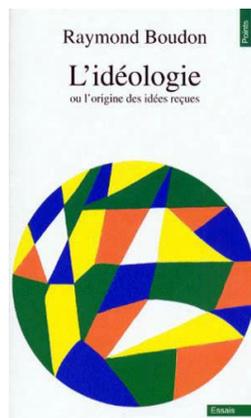
213



214

Narrative fallacies

- Raymond Boudon a consacré plusieurs ouvrages à l'épistémologie, la sociologie de la connaissance et des sciences, la théorie du choix rationnel.



215

Narrative fallacies : sociologie de la connaissance

- Boudon, reprend le concept de « rationalité subjective » (Herbert Simon) et le « modèle de Simmel »
- Il s'intéresse aux raisons qui justifient la croyance et aux biais dans l'argumentation qui faussent le raisonnement
- Boudon met l'accent, suivant Simmel, sur l'existence d'a priori ou « prémisses implicites », qui restent dans l'ombre et dont la validité n'est pas examinée.
- Il s'intéresse plus à la cognition qu'à la motivation et aux affects.
 - *A mettre en rapport avec les heuristiques et les mécanismes associatifs du système 1 de Kahneman*

216

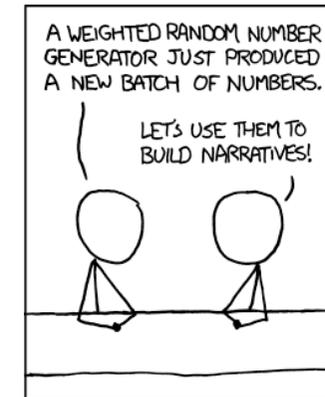
Narrative fallacies (Boudon)

- Ce qui nous intéresse est la discussion sur la relation de cause à effet (chapitre 6 – Il n’y a pas d’effet sans cause) dans l’art de se persuader
 - « Il existe des cas où, en contradiction avec le principe selon lequel « tout événement a une cause », un phénomène est contingent, en d’autres termes est dépourvu de cause. (...). Si grande est la force du principe selon lequel tout événement a une cause que l’on a du mal à envisager et a fortiori à introduire l’a priori de la contingence.
 - Si les prix des actifs financiers suivent des marches aléatoires, pas de cause
 - « Le sujet connaissant dispose d’une grande liberté dans le « choix » de ces a priori, et que, bien souvent, ceux-ci ne lui sont pas dictés par la réalité. »
 - Il existe de multiples sources d’informations financières, les relations de cause à effet ne sont pas toujours évidentes. On peut être tenté de choisir parmi de multiples informations, celle qui vient le plus facilement à l’esprit (ou qui nous est le plus facilement accessible) : biais dit de disponibilité. On élimine alors, sans s’en rendre compte des causes complémentaires ou alternatives.

217

Narrative fallacies

- « Un générateur aléatoire vient de nous sortir une nouvelle série de nombres »
- « Utilisons-la pour construire un roman (récit fictif) ! »



218

Références

- Fischhoff, Kahneman, Slovic, & Tversky (2002). For those condemned to study the past: Heuristics and biases in hindsight. *Foundations of cognitive psychology: Core readings*.
- Hölzl, Kirchler, & Rodler (2002). Hindsight bias in economic expectations: I knew all along what I want to hear. *Journal of Applied Psychology*.
- Biais & Weber (2009). Hindsight bias, risk perception, and investment performance. *Management Science*.
- Camerer (1987). Do biases in probability judgment matter in markets? Experimental evidence. *The American Economic Review*.
- Fisher & Statman (2000). Cognitive biases in market forecasts. *The Journal of Portfolio Management*.
- Friesen & Weller (2006). Quantifying cognitive biases in analyst earnings forecasts. *Journal of financial Markets*.
- Klein (1990). A direct test of the cognitive bias theory of share price reversals. *Journal of Accounting and Economics*.
- Otuteye & Siddiquee (2015). Overcoming cognitive biases: A heuristic for making value investing decisions. *Journal of Behavioral Finance*.

219

Références

- Fischhoff & Beyth (1975). I knew it would happen: Remembered probabilities of once—future things. *Organizational Behavior and Human Performance*.
- Fischhoff (1975). Hindsight is not equal to foresight: The effect of outcome knowledge on judgment under uncertainty. *Journal of Experimental Psychology: Human perception and performance*.
- Fischhoff (2003). Hindsight≠ foresight: the effect of outcome knowledge on judgment under uncertainty. *BMJ Quality & Safety*.

220

Biais de confirmation

Biais de confirmation (confirmation bias)

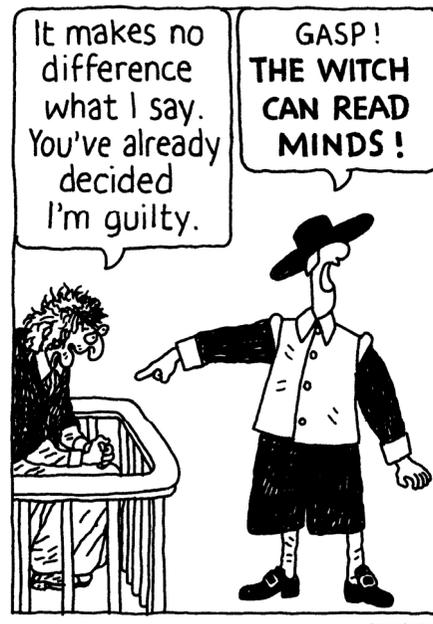
- Les individus cherchent des informations qui les confortent dans leurs préjugés
 - Impact des réseaux sociaux et complotisme



- « L'imagination impatiente de remonter aux causes, se plaît à créer des hypothèses ; et souvent, elle dénature les faits, pour les plier à son ouvrage ; alors, les hypothèses sont dangereuses »
 - Laplace (essai philosophique sur les probabilités)

221

222



CartoonStock.com

Efficiencie des marchés, induction et théorie bayésienne de la confirmation

- Le problème de la mise à jour des modèles en fonction des informations nouvellement disponibles
 - Exemple : calcul des Bêtas à partir de fenêtres glissantes
- Investisseur rationnel considéré comme devoir revoir ses les probabilités en fonction des nouvelles informations en fonction de la règle de Bayes.
 - $P(A)$: probabilité a priori d'un événement
 - Une information B est communiquée à l'investisseur
 - $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ probabilité conditionnelle sachant B
 - Voir les deux transparents sur les système 1 et 2 et les probabilités conditionnelles
 - + exercice (à venir) sur les taxis inspiré sur Kahneman et Tversky sur la méconnaissance du taux de base ...

223

224

Efficiencie des marchés, induction et théorie bayésienne de la confirmation

- A titre d'exemple, considérons la règle de succession de Laplace.
- On considère une suite de variables aléatoires de Bernoulli $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ indépendantes et de même paramètre p .
 - $P(X_n = 1) = p, P(X_n = 0) = 1 - p$
 - $\{X_3 = 1\}$ correspond à l'événement « hausse » à la date 3, $\{X_3 = 0\}$ correspond à l'événement « baisse des cours ».
- p est inconnu.
 - On observe les évolutions des cours boursiers jusqu'à la date courante n
- $P(X_{n+1} = 1 | X_1 + X_2 + \dots + X_n = s) = \frac{s+1}{n+2}$ (Laplace)
 - $X_1 + X_2 + \dots + X_n$ est le nombre de hausses observées

225

Efficiencie des marchés, induction et théorie bayésienne de la confirmation

- Si par exemple on observe 111111, on a $s = n = 6$
- La probabilité que l'on observe ensuite une hausse est $P(X_7 = 1 | X_1 + X_2 + \dots + X_6 = 6) = \frac{6+1}{6+2} = \frac{7}{8} = 87,5\%$
- On constate, que chaque nouvelle hausse augmente la probabilité qu'au coup suivant, on ait une hausse
 - En effet $P(X_{n+1} = 1 | X_1 + X_2 + \dots + X_n = n) = \frac{n+1}{n+2} = 1 - \frac{1}{n+2}$ est une fonction décroissante de n
- Si notre hypothèse H est : $p = 1$ (certitude ou non aléatoire), chaque nouvelle observation augmente la probabilité de l'hypothèse
 - « Hot hand fallacy » ? Induction ?

226

Exercice : Efficiencie des marchés, induction et théorie bayésienne de la confirmation

- Calculer le nombre d'observations consécutives de hausses (codées 1), pour que la probabilité d'une hausse au coup suivant soit au moins de 95%

227

Exercice : Efficiencie des marchés, induction et théorie bayésienne de la confirmation

- Calculer le nombre d'observations consécutives de hausses (codées 1), pour que la probabilité d'une hausse au coup suivant soit au moins de 95%
 - On doit trouver le plus petit entier tel que $\frac{n+1}{n+2} \geq 0,95$
 - En résolvant l'équation $\frac{n+1}{n+2} = 0,95$, on trouve $n = 18$
 - En effet, $\frac{n+1}{n+2} = \frac{n+2-1}{n+2} = 1 - \frac{1}{n+2} = 0,95$
 - D'où $\frac{1}{n+2} = 0,05 = \frac{1}{20}$
 - $n + 2 = 20$ et $n = 18$
 - L'approche bayésienne inductive nous conduit donc à retenir 18 hausses consécutives pour croire (avec une probabilité de 95%) qu'il y aura une hausse des cours le jour suivant.

228

Exercice : Efficience des marchés, induction et théorie bayésienne de la confirmation

- Calculer le nombre d'observations consécutives de hausses (codées 1), pour que la probabilité d'une hausse au coup suivant soit au moins de 95%
- L'hypothèse à tester reste pour l'instant que seuls des 1 sont observés (cadre de l'induction)
- Supposons que l'on observe $n - 1$ occurrences de 1, puis 0 au tirage n
 - Est-ce que l'hypothèse $p = 1$ est validée ? Infirmée ?
 - Calculer $P(X_{n+1} = 1 | X_1 + X_2 + \dots + X_n = n - 1)$
 - On suppose n très grand. Comment se comporte la probabilité précédente ?
 - Que conclure sur notre inférence ?

229

Exercice : Efficience des marchés, induction et théorie bayésienne de la confirmation

- L'hypothèse à tester reste pour l'instant que seuls des 1 sont observés (cadre de l'induction)
- On observe $n - 1$ occurrences de 1, puis 0 au tirage n
 - Est-ce que l'hypothèse $p = 1$ est validée ? Infirmée ?
 - *L'hypothèse que l'on ne peut observer que des 1 est invalidée par une seule observation contraire, donc au tirage n*
 - Calculer $P(X_{n+1} = 1 | X_1 + X_2 + \dots + X_n = n - 1)$
 - $P(X_{n+1} = 1 | X_1 + X_2 + \dots + X_n = n - 1) = \frac{n}{n+2}$
 - On suppose n très grand. Comment se comporte la probabilité précédente ?
 - *Cette probabilité sera arbitrairement proche de 1*
 - Que conclure sur notre inférence ?
 - *Bien que l'hypothèse $p = 1$ ait été invalidée de manière certaine par une seule observation contraire, la probabilité d'obtenir 1 au prochain tirage reste arbitrairement élevée.*

230

Exercice : Efficience des marchés, induction et théorie bayésienne de la confirmation

- Calculer le nombre d'observations consécutives de hausses (codées 1), pour que la probabilité d'une hausse au coup suivant soit au moins de 95%
- En quoi le résultat précédent est-il compatible avec le paradoxe de la main chaude ?

231

Exercice : Efficience des marchés, induction et théorie bayésienne de la confirmation

- Calculer le nombre d'observations consécutives de hausses (codées 1), pour que la probabilité d'une hausse au coup suivant soit au moins de 95%
- En quoi le résultat précédent est-il compatible avec le paradoxe de la main chaude ?
 - *Nous avons $P(X_{n+1} = 1 | X_1 + X_2 + \dots + X_n = n) = \frac{n+1}{n+2}$*
 - *Et $P(X_{n+1} = 1 | X_1 + X_2 + \dots + X_n = n) = \frac{1}{2}$ (hot hand fallacy)*
 - *Dans le second cas, on connaît la probabilité $p = \frac{1}{2}$, par indépendance entre $X_{n+1} = 1$ et X_1, X_2, \dots, X_n . $P(X_{n+1} = 1 | X_1 + X_2 + \dots + X_n = n) = P(X_{n+1} = 1) = p = \frac{1}{2}$*
 - *Dans le premier cas, la probabilité p est inconnue. Si on observe beaucoup de hausses, alors cette probabilité est élevée et d'autant plus que l'on a observé de hausses.*

232

Exercice : Efficience des marchés, induction et théorie bayésienne de la confirmation

- Calculer le nombre d'observations consécutives de hausses (codées 1), pour que la probabilité d'une hausse au coup suivant soit au moins de 95%
- En quoi le résultat précédent est-il compatible avec le paradoxe de la main chaude ?
- On suppose que $p = \frac{1}{2}$ (soit l'hypothèse d'une marche aléatoire sans biais). Que donne l'approche bayésienne en moyenne ? Quand le nombre de tirages devient très grand ?

233

Exercice : Efficience des marchés, induction et théorie bayésienne de la confirmation

- En quoi le résultat précédent est-il compatible avec le paradoxe de la main chaude ?
- On suppose que $p = \frac{1}{2}$ (soit l'hypothèse d'une marche aléatoire sans biais). Que donne l'approche bayésienne en moyenne ?
 - On rappelle que $P(X_{n+1} = 1 | X_1 + X_2 + \dots + X_n = S) = \frac{S+1}{n+2}$
 - Le nombre de hausses S est aléatoire et compris entre 0 et n
 - X_1, X_2, \dots, X_n étant des variables de Bernoulli indépendantes de paramètre 0,5, $S = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n; 0,5)$.
 - En particulier $E[S] = E[X_1] + \dots + E[X_n] = np = \frac{n}{2}$
 - $E[P(X_{n+1} = 1 | X_1 + X_2 + \dots + X_n = S)] = \frac{E[S]+1}{n+2} = \frac{\frac{n}{2}+1}{n+2} = \frac{1}{2}$
 - En moyenne, la probabilité donnée par la formule de Laplace est bien égale à $\frac{1}{2}$. Cohérence avec l'approche traditionnelle.

234

Exercice : Efficience des marchés, induction et théorie bayésienne de la confirmation

- On suppose que $p = \frac{1}{2}$ (soit l'hypothèse d'une marche aléatoire sans biais). Que donne l'approche bayésienne en quand le nombre de tirages devient très grand ?

235

Exercice : Efficience des marchés, induction et théorie bayésienne de la confirmation

- On suppose que $p = \frac{1}{2}$ (soit l'hypothèse d'une marche aléatoire sans biais). Que donne l'approche bayésienne en quand le nombre de tirages devient très grand ?
 - On rappelle que $P(X_{n+1} = 1 | X_1 + X_2 + \dots + X_n = S) = \frac{S+1}{n+2}$
 - $\frac{S}{n}$ est la fréquence d'apparition des hausses
 - La loi des grands nombres nous indique que $\frac{S}{n} \rightarrow p = \frac{1}{2}$ quand $n \rightarrow \infty$
 - Donc $\frac{S+1}{n+2} \rightarrow p = \frac{1}{2}$ quand $n \rightarrow \infty$
 - Quand on effectue un très grand nombre de tirages, la probabilité conditionnelle précédente converge vers la vraie probabilité (inconnue au départ).

236

Efficiences des marchés, induction et théorie bayésienne de la confirmation

- Théorie bayésienne de la confirmation (TBC) et comportement des investisseurs
 - TBC : impact d'une nouvelle information (ou observation) sur le degré de croyance (probabilité subjective ou épistémique) d'une hypothèse H
 - Soit H une hypothèse et E un nouvel événement
 - **E confirme H si $P(H|E) > P(H)$**
 - Règle de succession de Laplace : explicite l'augmentation de la probabilité que le soleil se lève demain, à chaque levé de soleil
- Les comportements des investisseurs suggèrent que :
 - Les informations nouvelles ne sont pas traitées conformément à la théorie bayésienne
 - Mauvaise application de la règle de Bayes (Kahneman et Tversky), biais rétrospectif (Bischof)
 - Psychologie sociale (dissonance cognitive) : une information contraire à une croyance la conforte au lieu de l'infirmer

237

Efficiences des marchés, induction et théorie bayésienne de la confirmation

- TBC : théorie bayésienne de la confirmation
 - Pas la seule théorie de la validation en épistémologie ou en philosophie des sciences, mais la plus répandue
 - Cozic (2018). Confirmation et induction pour une analyse de la TBC
- Supposons que l'on observe 111111 où 1 code une hausse des cours boursiers et 0 une baisse.
- L'induction par énumération devrait nous amener à prévoir une hausse à la date future (momentum)
- Si on observe une hausse supplémentaire, on aura le motif 1111111 et cette hausse viendra confirmer (au sens de la TBC) l'inférence inductive précédente.
 - Degré de confirmation donné par la règle de succession de Laplace

238

Efficiences des marchés, induction et théorie bayésienne de la confirmation

- La TBC et l'analyse des motifs boursiers
 - Supposons les marchés efficients au sens faible (Fama) et les évolutions des prix des actions comme des marches aléatoires
 - Dans ce cas, l'hypothèse est que $P(H|\mathcal{F}) = P(H|\mathcal{F}) = \frac{1}{2}$ où \mathcal{F} représente l'information passée.
 - Dans ce cas, l'observation supplémentaire d'une hausse n'aboutit pas à une révision de la probabilité
 - Ici, on ne cherche pas à confirmer l'hypothèse initiale, on part du principe qu'elle est valide.
- Tout dépend du point de vue initial : pour un partisan de l'efficiences des marchés financiers, l'approche bayésienne est non pertinente
 - On n'apprendra rien à partir de l'analyse des motifs boursiers

239

Biais de confirmation, abduction

- Biais de confirmation \Rightarrow recherche prioritaire des faits qui confirment un préjugé, une hypothèse personnelle
 - Exemple : quelqu'un qui croit à l'effet de la main chaude (soit à l'extrapolation des tendances) va voir et rechercher les données et les études qui valident son préjugé
 - Quelqu'un qui croit qu'une stratégie d'achat d'action à PER faible (stratégie value) va lire toutes les études
 - Quelqu'un qui pense que les marchés sont prévisibles va chercher des échantillons de données où les outils d'apprentissage profond permettent d'obtenir des bonnes performances financières
 - C'est lié à ce qu'on appelle en statistique le « data snooping »
 - Vous pensez que le marché boursier est plus performant certains jours de la semaine
 - Vous regardez dans votre échantillon : le lundi, la performance est meilleure
 - Vous utilisez un test de Student pour valider que la performance du lundi est > 0
 - Mais la statistique de test à utiliser est la loi du max de cinq variables de Student. Avec cette approche, on rejette la significativité de l'effet du lundi.

240

Biais de confirmation

- Biais de confirmation : L'expérience de Wason (1960)
 - On communique aux participants à l'expérience l'observation 246. On leur dit que cette observation a été déterminée à partir d'une règle qu'ils doivent déterminer
 - Ils peuvent proposer des suites de trois chiffres et on leur dit si elles correspondent au processus de génération des données
 - 246 me semble être le début de la suite des nombres entiers pairs
 - Je peux demander si 81012 est une réponse valide.
 - On me répond oui
 - Je demande si 141618 est une réponse valide
 - On me dit oui.
 - Je demande si 404244 est une réponse valide
 - On me dit oui.
 - Puis-je conclure que la règle consiste à prendre un entier pair et les deux entiers pairs successeurs ?

241

Biais de confirmation

- Puis-je conclure que la règle consiste à prendre un entier pair et les deux entiers pairs successeurs ?
 - Voici un exemple typique de mauvais raisonnement et de mauvaise utilisation des données

Sequence	Fits My Rule?	Guess What Rule Makes Me Happy	How Sure?
2,4,6	☺	count up by 2's	50%
8,10,12	☺	count up by 2's	60%
10,12,14	☺	count up by 2's	70%
20,22,24	☺	count up by 2's	80%
42,44,46	☺	count up by 2's	90%
96,98,100	☺	count up by 2's	100%

242

Biais de confirmation

- La faille dans le raisonnement est qu'on ne cherche que des occurrences qui confirment notre hypothèse initiale
- Alors que l'on devrait au contraire chercher des données qui falsifient/réfutent notre hypothèse initiale et qui peuvent amener à en proposer une nouvelle compatible avec un plus grand jeu de données.
 - Il faut donc se mettre « en danger »
 - Plutôt que de chercher à se conforter dans son a priori
 - Si on a un a priori favorable en faveur de l'hypothèse des marchés efficients, on devrait chercher des situations où cette hypothèse est invalidée
 - Si au contraire, on pense que le deep learning marche, on devrait s'intéresser aux failles des procédures de backtesting

243

Biais de confirmation

- Voici un exemple de début de bonne stratégie de découverte de la règle ayant servi à produire les données
 - A chaque étape, on cherche une nouvelle règle compatible avec toutes les étapes précédentes

Sequence	Fits My Rule?	Guess What Rule Makes Me Happy	How Sure?
2,4,6	☺	count up by 2's	50%
5,10,15	☺	count up by X's	50%
3,7,10	☺	the first two add to the third	50%

244

Biais de confirmation

- Voici un exemple de bonne stratégie de découverte de la règle ayant servi à produire les données
 - On retrouve l'idée de tester de nouvelles règles compatibles avec les résultats précédents en cherchant à les infirmer.
 - En italique, par exemple à 1064, il est répondu que la suite est non valable

No. 2. *Female, aged 21, 2nd year undergraduate*
 3 6 9: three goes into the second figure twice and into the third figure three times; 2 4 8: perhaps the figures have to have an L.C.D.; 2 4 10: same reason; 2 5 10: the second number does not have to be divided by the first one; 10 6 4: the highest number must go last; 4 6 10: the first number must be the lowest; 2 3 5: it is only the order that counts; 4 5 6: same reason; 1 7 13: same reason.
 The rule is that the figures must be in numerical order (16 minutes).

- A vous de décrypter les étapes suivies par cette étudiante de L2
 - Wason (1960). On the failure to eliminate hypotheses in a conceptual task. *Quarterly journal of experimental psychology*,

245

Biais de confirmation

- Un autre exemple de stratégie de découverte montre que c'est quand l'apprenant pense à essayer une suite décroissante qu'il converge vite vers la bonne règle

No. 3. *Male, aged 25, 2nd year undergraduate*
 8 10 12: continuous series of even numbers; 14 16 18: continuous series of even numbers; 20 22 24: continuous series of even numbers; 3 5 7: continuous series of odd numbers; 1 2 3: continuous series but with smaller intervals; 3 2 1: reverse; 2 4 8: doubling series; 2 2 4: two numbers the same; 6 4 2: reverse of original numbers; 1 9 112: simple ascending numbers.
 The rule is any ascending series of different numbers. (10 minutes).

246

Biais de confirmation

- Quels sont les étudiants qui ont échoué ?
 - Ceux qui n'ont pas pensé à remettre en question la régularité de la croissance ...
 - Impossibilité à imaginer une alternative à ce qu'on a sous les yeux
 - A méditer quand on veut « lire » des données boursières

Rules	Successive Announcements				
	1st	2nd	3rd	4th	5th
Increasing intervals of two	8	1	0	0	0
Multiples of first number	4	1	0	0	0
Consecutive even numbers	3	0	0	0	0
Arithmetic progression	3	6	2	1	0
Others	4	1	0	0	0
Correct rule	6	10	4	0	1

247

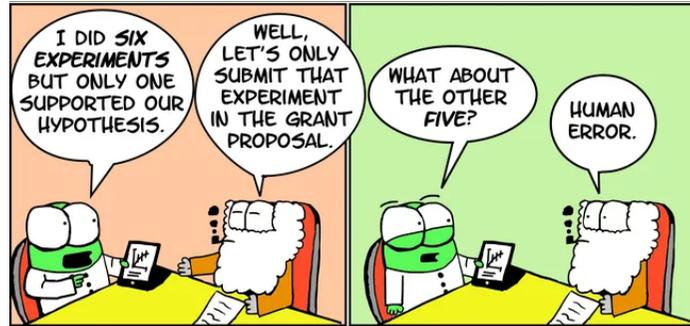
Biais de confirmation et détermination des règles de variation des cours boursiers

- Wittgenstein est (notamment) connu pour ses réflexions sur les règles suivies par les individus (rule following considerations)
 - Reprenons l'article « Scepticisme, règles et langage » de Bouveresse
 - Pour prendre un exemple de Wittgenstein, supposons que j'enseigne à quelqu'un la règle « Ajoutez 2 ». Il écrit donc « 0, 2, 4, 6, 8, ... ». Mais à partir de 1000, il écrit « 1004, 1008, 1012, ... ».
 - J'objecterai naturellement qu'il n'a pas fait la même chose qu'auparavant. Mais il pourrait très bien répondre qu'il avait compris depuis le début que, jusqu'à 1000, il devait ajouter 2 ; à partir de 2000, 4 ; à partir de 3000, 8, etc.
 - Autrement dit, qu'est-ce qui me permet de déduire d'un nombre fini quelconque d'applications correctes qu'il a effectuées que la règle qu'il a comprise est bien celle que j'avais en tête, et non pas une autre règle qui coïncide simplement avec la première pour un segment initial fini de la suite des applications ?

248



- Attention à la mauvaise « data science », cachée derrière son jargon



249

250

251

252

Bases biologiques de l'apprentissage

Les bases biologiques des biais cognitifs en matière d'analyse des risques



- « Nos comportements et nos erreurs (en matière d'analyse des risques) ont des bases biologiques et relèvent donc de l'inné et probablement pas de l'acquis »
 - Marie-Hélène Broihanne
- « On peut donc probablement réduire ces biais par l'éducation. Mais il apparaît difficile de les supprimer complètement »
 - Conclusions similaires de Daniel Kahneman, prix Nobel d'économie à propos de l'apprentissage des statistiques

253

Les bases biologiques de l'apprentissage : « Iowa Gambling task » ou test du jeu de poker

- Bechara et al (1994)
 - Il s'agit ici de découvrir le plus vite possible une stratégie gagnante parmi quatre procurant des gains aléatoires, sans que l'on connaisse les lois de probabilité



Les bases biologiques de l'apprentissage : « Iowa Gambling task » ou test du jeu de poker

- Le joueur peut choisir des cartes dans l'un quelconque des 4 tas A, B, C, D



- Il ne connaît pas les règles (lois de probabilité) et doit maximiser ses gains, cad découvrir le meilleur jeu.
- Par rapport au cas précédent, il y a des incitations monétaires, ce qui augmente l'enjeu
- Et des pénalités (pertes possibles importantes pour certains jeux) qui ont pour objet d'augmenter l'enjeu émotionnel

Les bases biologiques de l'apprentissage : « Iowa Gambling task » ou test du jeu de poker

- Distributions des gains et des pertes (inconnue des participants)

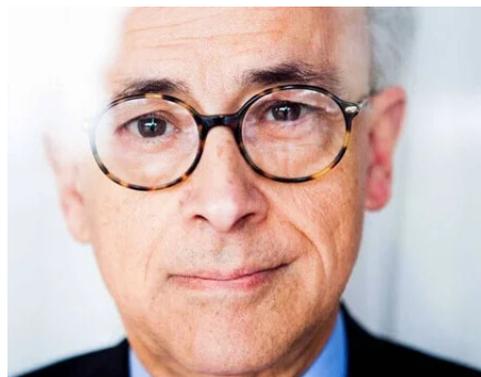
	Deck A	Deck B	Deck C	Deck D
Gain	\$100	\$100	\$50	\$50
Loss	\$150–\$350	\$1250	\$50	\$250
Gain/loss frequency (10 trials)	5:5	9:1	5:5	9:1
Number of net losses (10 trials)	5	1	0	1
Long-term outcome (10 trials)	–\$250	–\$250	\$250	\$250

Les bases biologiques de l'apprentissage : « Iowa Gambling task » ou test du jeu de poker

- Au bout de 40 ou 50 tirages, un individu moyen va tirer uniquement dans les tas C ou D (plutôt C ?)
- On connaît les mécanismes neurobiologiques à l'œuvre dans les choix
 - des sujets normaux,
 - de ceux qui ont une addiction au jeu ou des personnes cérébrolésées ou souffrant de troubles de l'attention (mémoire de travail)
- Un joueur addictif ne va voir que les gains
- Un joueur normal apprend dans la douleur (aversion aux pertes) en tirant dans le tas B
- On peut savoir par l'analyse de ses émotions, **avant qu'il n'en soit conscient** s'il va retirer dans le tas B

ANTONIO R. DAMASIO SPINOZA AVAIT RAISON

LE CERVEAU DE LA TRISTESSE, DE LA JOIE
ET DES ÉMOTIONS

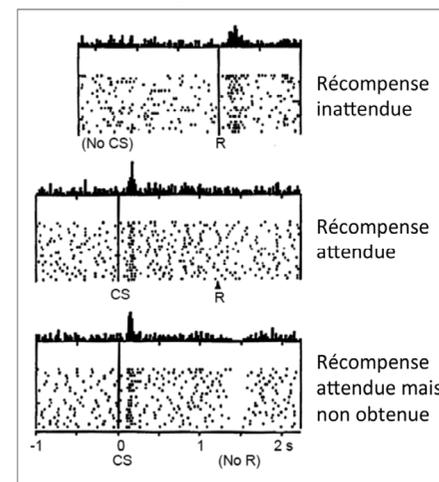


We are not thinking machines that feel; rather, we are feeling machines that think.

Antonio Damasio

Récompense et risque

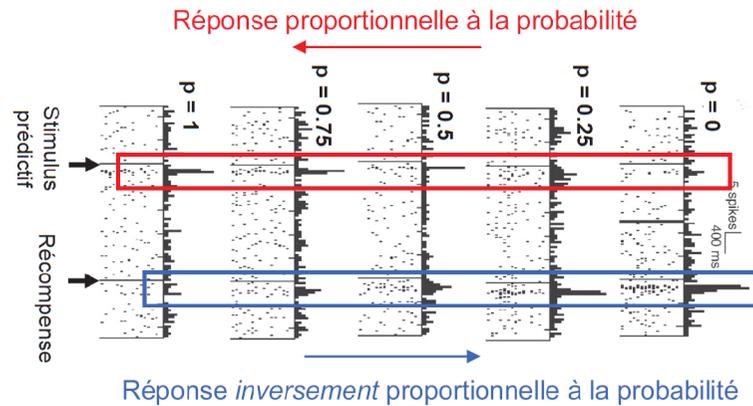
- Dans le système dit “de récompense”, premier moteur de l'action, la dopamine est le principal neurotransmetteur
 - La dopamine est de ce fait impliquée dans les addictions



Seule la récompense inattendue active les neurones dopaminergiques

Récompense et risque

Si on présente une loterie à un individu (ticket de loto gratuit), sa satisfaction (ex-ante) augmente avec la probabilité de gain



Ex-post, c'est l'inverse : c'est le gain inattendu qui apporte de la satisfaction. Proposer un jeu de pile (gain = 1 euro) ou face (gain = 0 euros), provoque de la satisfaction ex-ante et ex-post (une fois sur deux)

261

Les bases biologiques de l'apprentissage : « Iowa Gambling task » ou test du jeu de poker

- Les expériences précédentes ont été appliquées (avec quelques modifications des protocoles) à des enfants et à des primates.
- Les singes proches (chimpanzés) de l'homme sont capables d'apprentissage et donc d'inférer des probabilités et des espérances de gain
- Mais ils ont les mêmes biais émotionnels que les humains (aversion aux pertes)
- Les capucins sont moins soumis à ces biais et évaluent mieux les probabilités

Les bases biologiques de l'apprentissage : « Iowa Gambling task » ou test du jeu de poker

- Proctor (2012). *Gambling and Decision-Making Among Primates: The Primate Gambling Task*.
- Pelé, Broihanne, Thierry, Call, & Dufour (2014). *To bet or not to bet? Decision-making under risk in non-human primates. Journal of Risk and Uncertainty*.
- Macaques, capucins, orangs-outangs distinguent les probabilités faibles des probabilités élevées de gain, mais aussi les réussites ou échecs récents
- Ils révisent leurs probabilités un peu trop rapidement par rapport à la règle bayésienne (« **hot hands effect** »)

Bases biologiques de l'apprentissage statistique

- Les progrès de l'informatique et des mathématiques appliquées permettent à un public éclairé de manipuler les outils de l'IA
 - Élargissement du champ d'application de la data science
- Mais apprentissage statistique engrammé dans le vivant : « optimal foraging »



264

Bases biologiques de l'apprentissage statistique

■ Apprentissage statistique engrammé dans le vivant

- *Après s'être suffisamment approché de sa proie sans se faire remarquer, le félin doit décider de lancer une attaque ou non*



- *Si échec, absence de nourriture → épuisement → diminution des capacités*
- *Probabilité de réussite de l'ordre de 10%*
- *Pression de sélection : le félin doit disposer des capacités cognitives pour évaluer si la probabilité de réussite est suffisante*

265

266

267

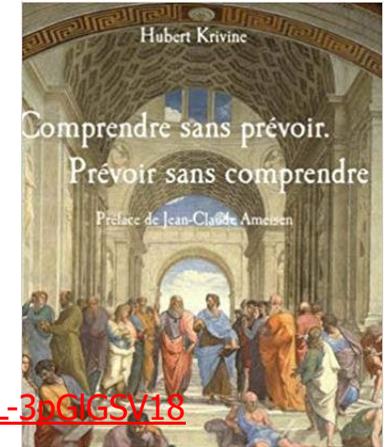
268

Corrélation et causalité

Ce qui précède n'est pas ce qui cause



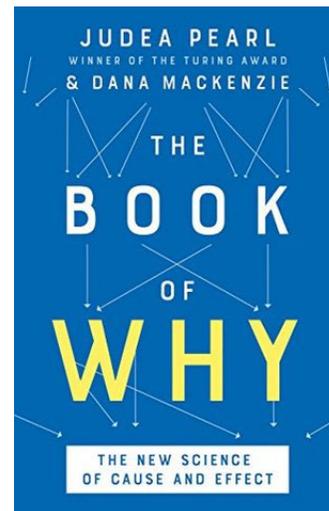
- Le sophisme « Après cela, donc à cause de cela »
 - *Post hoc, ergo propter hoc*
- « A s'est produit, puis B s'est produit. Donc, A a causé B ».
- **L'accroissement de la taille des pieds précède la mort...**
 - *Repris du livre d'Hubert Krivine,*
 - *Comprendre sans prévoir, prévoir sans comprendre*



<https://www.youtube.com/watch?v=L-3pGIGSV18>

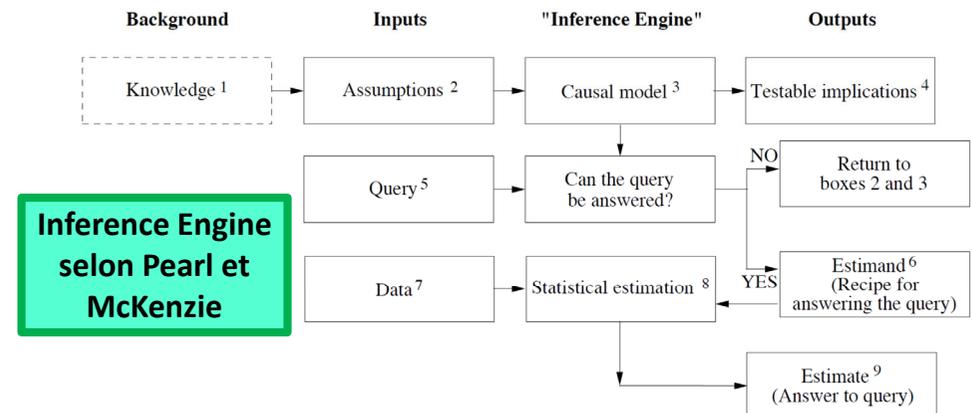
Corrélation et causalité

- Pearl et McKenzie (2018)
- Corrélation entre la tempête à venir et l'aiguille du baromètre



Corrélation et causalité

- La baisse de l'aiguille du baromètre indique une augmentation de la probabilité d'une tempête, mais faire baisser l'aiguille du baromètre n'a pas d'effet sur la probabilité d'occurrence de la tempête.



Ce qui précède n'est pas ce qui cause

- “Causalité” au sens de Granger (1969)
- une série temporelle $x_{1,t}$ causerait une autre série $x_{2,t}$, lorsque la connaissance du passé de $x_{1,t}$ entraîne une prévision de $x_{2,t}$ meilleure que celle fondée uniquement sur le passé de $x_{2,t}$.
- La connaissance des valeurs passées $x_{1,t}$ permet d'améliorer la prédiction (de diminuer l'erreur de **prédiction**).
- Il est à noter que $x_{1,t}$ peut causer $x_{2,t}$ et vice versa.
- Le terme de « causalité » est ici ambigu.

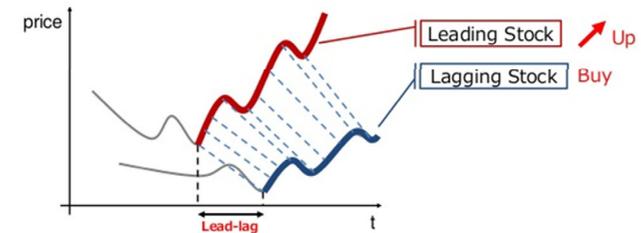
273

Ce qui précède n'est pas ce qui cause

- On pourrait chercher une action dont les variations de prix anticipent celle d'une autre : lead-lag

What is the Lead-lag ?

The one (lagging) variable is delayed to the values of another (leading) variable.



- De tels phénomènes apparaissent souvent parce que l'action lag est moins fréquemment traitée que l'action lead

274

Ce qui précède n'est pas ce qui cause

Superbowl indicator : comment prédire si le marché boursier sera haussier l'année prochaine en fonction des résultats du Superbowl » ?



Une corrélation presque parfaite au 20^e siècle, mais qui disparaît après (spurious correlation). Illustre le problème de l'induction. Il était difficile de trouver une cause même rétrospectivement.

275

Corrélation et causalité : variables de confusion

- Variable de confusion

276