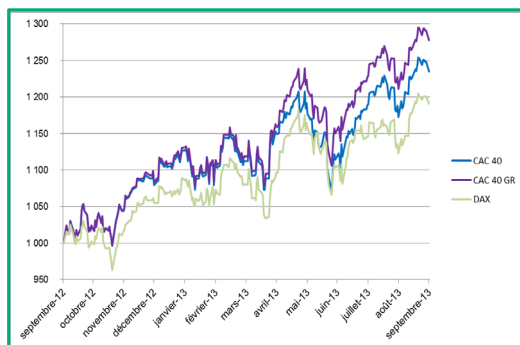


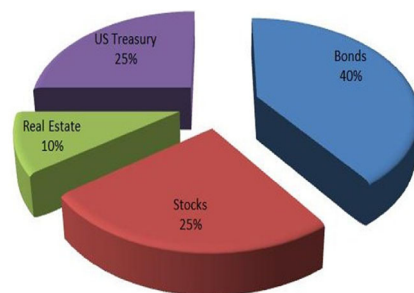
Cours de Finance

Rentabilités moyennes et espérées



CAC 40 GR (gross return / dividendes réinvestis)

<https://indices.nyx.com/fr/products/indices/QSO01131834-XPAP/quotes>



Allocation de portefeuille

1

Aparté sur les mémoires

- Sujets additionnels de finance, notamment de finance d'entreprise (envoi prévu par Monsieur Mélade)

- 79 Les obligations d'information financière et comptable des banques
- 80 Restructuration et financement de redressement
- 81 Gestion financière et des conflits d'agence dans les opérations de LBO
- 82 Caractéristiques et enjeux des notations environnementales
- 83 La théorie des parties prenantes : ses implications pour la gestion financière et la gouvernance des entreprises

- Si pas encore de réponse sur vos propositions de mémoire, vous pouvez encore changer votre hiérarchie de vœux
- Réponse sur les sujets : fin de semaine prochaine
- Attribution des tuteurs en cours

2

Plan de la séance

- Rentabilité d'un portefeuille
- Gestion indicielle, trackers
- Gestion active : Bridgewater
- Rentabilité moyenne
 - Arithmétique, géométrique
- Rentabilités espérées
 - Approche fréquentiste, espérance
 - Dires d'expert et attentes des investisseurs
- Objectif pédagogiques de la séance
 - Calcul du taux de rentabilité d'un portefeuille de titres
 - Comprendre les notions de rentabilité historique et espérée et leurs limites



3

4

Rentabilité d'un portefeuille (résumé)

- Portefeuille de deux actions
 - $r_P = x_1 r_1 + x_2 r_2$
 - r_P Rentabilité du portefeuille
 - r_1 Rentabilité de l'action 1
 - r_2 Rentabilité de l'action 2
 - x_1 Part de la richesse (en %) investie dans l'action 1
 - x_2 Part de la richesse (en %) investie dans l'action 2
 - $x_1 + x_2 = 1$
 - $E_P = x_1 E_1 + x_2 E_2$
 - E_P Rentabilité espérée (ou rentabilité moyenne) du portefeuille
 - E_1 Rentabilité espérée (ou rentabilité moyenne) de l'action 1
 - E_2 Rentabilité espérée (ou rentabilité moyenne) de l'action 2

5

Portefeuille d'un particulier

- Portefeuille/patrimoine d'un particulier:
- Capital humain : souvent la partie la plus importante
 - Valeur actuelle des revenus liés à l'activité professionnelle
 - Actif spécifique difficile cessible (droits d'auteur ?)
- Immobilier
 - *Résidence principale, souvent le second actif le plus important*
- Actifs financiers : prépondérants pour les plus aisés
 - Valeurs mobilières (actions, obligations, warrants, ETF), Sicav, contrats d'assurance-vie, PEL, dépôts bancaires, stock-options, ...
- Autres actifs
 - Objets d'art, meubles, véhicules, bijoux, métaux précieux, etc.
- Duquel il faut déduire les passifs
 - Impôts à payer, emprunts contractés pour l'acquisition des actifs

6

Portefeuille d'une personne morale

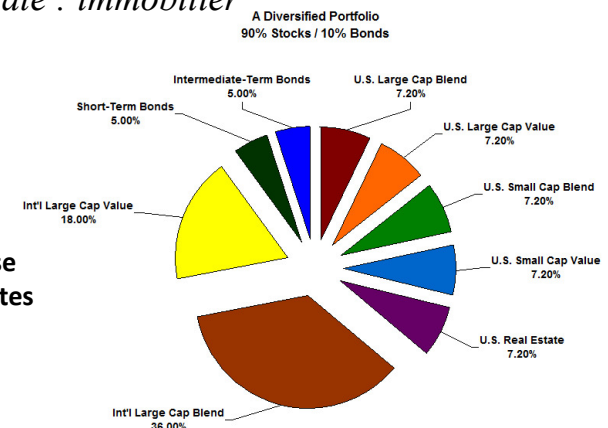
- Pour une entreprise traditionnelle tous les éléments d'actifs ayant une valeur économique
 - *Incrits au bilan ou pas*
 - *Plus ou moins difficiles à évaluer : actifs intangibles*
- Duquel on soustrait les éléments de passif
 - *Notamment dettes financières*
 - *Autres engagements : passifs sociaux, impôts à payer*
- Ce qui donne la valeur économique des fonds propres
- Pour une société de gestion de portefeuilles
 - *Les différents éléments incrits à l'actif,*
 - *Valeurs mobilières cotées ou non, immobilier, prêts, etc.*
 - *En général*

7

Rentabilité d'un portefeuille

- Composition d'un portefeuille diversifié comprenant des actions (stocks) et des obligations (bonds)
 - *Small caps : petites capitalisations*
 - *Real Estate : immobilier*

Fraction de la richesse
Investie dans différentes
Classes d'actifs



8

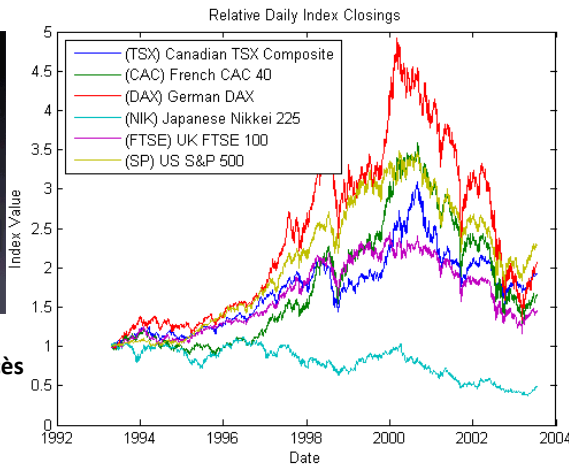
Rentabilité d'un portefeuille

Les indices boursiers représentent des portefeuilles d'actions

- Évolution de la valeur de portefeuilles d'actions
 - Éclatement de la bulle internet au Canada, en France, en Allemagne, au Japon, au Royaume Uni et aux États-Unis
 - Base 100 en 1993



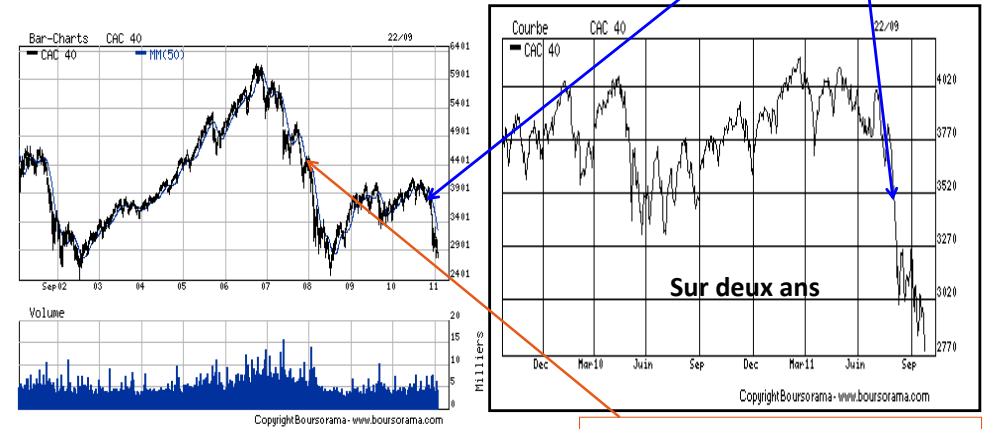
Quelques succès beaucoup d'échecs



Rentabilité d'un portefeuille

Crise des dettes souveraines dans la zone euro

- Évolution de l'indice CAC40
 - Composition du portefeuille varie au cours du temps
 - Dividendes non réinvestis



Sur 10 ans, en bleu volumes échangés

Crise des subprimes + crise de la liquidité bancaire

Rentabilité d'un portefeuille

- Portefeuille de deux actions
 - Mettons Peugeot et Renault
 - Renault : code ISIN FR0000131906 Mnémo : RNO
 - On note r_1 et r_2 les taux de rentabilité respectifs
 - Pour alléger les notations, on omet la référence à la date courante $t - 1$: $r_{1,t}, r_{2,t}$
 - Il s'agit de rentabilités ex-ante, donc de variables aléatoires
 - On rappelle que $r_{1,t} = \frac{P_{1,t} + d_{1,t} - P_{1,t-1}}{P_{1,t-1}}$, $r_{2,t} = \frac{P_{2,t} + d_{2,t} - P_{2,t-1}}{P_{2,t-1}}$
 - L'intervalle de temps entre t et $t - 1$ n'est pas précisé
 - Il peut s'agir d'un jour, d'une semaine, d'un mois, d'une année
 - a_1, a_2 : nombre d'actions Peugeot et Renault acquises en $t - 1$
 - Investissement dans le portefeuille d'actions : $a_1 P_{1,t-1} + a_2 P_{2,t-1}$

Rentabilité d'un portefeuille

- Portefeuille de deux actions (suite)
 - L'investissement initial dans le portefeuille d'actions est donc $a_1 P_{1,t-1} + a_2 P_{2,t-1}$
 - La part de la richesse investie dans l'action 1 est notée X_1
 - $x_1 = \frac{a_1 P_{1,t-1}}{a_1 P_{1,t-1} + a_2 P_{2,t-1}}$
 - La part de la richesse investie dans l'action 2 est notée X_2
 - $x_2 = \frac{a_2 P_{2,t-1}}{a_1 P_{1,t-1} + a_2 P_{2,t-1}}$
 - Remarquons que $x_1 + x_2 = 1$, soit 100%
 - Et donc évidemment $x_1 = 1 - x_2$, $x_2 = 1 - x_1$
 - x_1 et x_2 sont connus dès la date $t - 1$ et ne sont donc pas des variables aléatoires, mais des scalaires

Rentabilité attendue d'un portefeuille

- On note r_P la rentabilité du portefeuille composé des actifs 1 et 2 de rentabilités r_1, r_2
- $r_P = x_1 r_1 + x_2 r_2$,
 - x_1 Part de la richesse (en %) investie dans l'action 1
 - x_2 Part de la richesse (en %) investie dans l'action 2
 - $x_1 + x_2 = 1$
 - Une composition particulière de portefeuille correspond donc au choix de x_1, x_2 poids alloués à chacune des actions
- Démonstration dans les deux transparents suivants

13

Rentabilité d'un portefeuille

- Rentabilité du portefeuille de deux actions
 - Variation relative de la valeur du portefeuille d'actions entre les dates $t - 1$ et t
 - Valeur du portefeuille en $t - 1$: $a_1 P_{1,t-1} + a_2 P_{2,t-1}$
 - Prix d'acquisition des actions
 - Valeur du portefeuille en t
 - Prise en compte de la valeur de revente et des dividendes perçus
 - $a_1(P_{1,t} + d_{1,t}) + a_2(P_{2,t} + d_{2,t})$
 - La rentabilité du portefeuille s'écrit :
 - $R_P = \frac{a_1(P_{1,t} + d_{1,t}) + a_2(P_{2,t} + d_{2,t}) - (a_1 P_{1,t-1} + a_2 P_{2,t-1})}{a_1 P_{1,t-1} + a_2 P_{2,t-1}}$

14

Rentabilité d'un portefeuille

- Portefeuille de deux actions (suite)
 - $r_P = \frac{a_1(P_{1,t} + d_{1,t}) + a_2(P_{2,t} + d_{2,t}) - (a_1 P_{1,t-1} + a_2 P_{2,t-1})}{a_1 P_{1,t-1} + a_2 P_{2,t-1}}$
 - Simplifions cette expression
 - Au numérateur, on factorise par les nombres de titres détenus a_1 et a_2

$$a_1(P_{1,t} + d_{1,t} - P_{1,t-1}) + a_2(P_{2,t} + d_{2,t} - P_{2,t-1})$$
 - Que l'on peut réécrire comme
 - $a_1 P_{1,t-1} \left(\frac{P_{1,t} + d_{1,t} - P_{1,t-1}}{P_{1,t-1}} \right) + a_2 P_{2,t-1} \left(\frac{P_{2,t} + d_{2,t} - P_{2,t-1}}{P_{2,t-1}} \right)$
 - D'après les définitions des rentabilités $a_1 P_{1,t-1} \times R_1 + a_2 P_{2,t-1} \times R_2$
 - $\frac{a_1 P_{1,t-1} \times R_1 + a_2 P_{2,t-1} \times R_2}{a_1 P_{1,t-1} + a_2 P_{2,t-1}} = \left(\frac{a_1 P_{1,t-1}}{a_1 P_{1,t-1} + a_2 P_{2,t-1}} \right) R_1 + \left(\frac{a_2 P_{2,t-1}}{a_1 P_{1,t-1} + a_2 P_{2,t-1}} \right) R_2$
 - $r_P = x_1 r_1 + x_2 r_2$

15

Rentabilité attendue d'un portefeuille

- On va maintenant s'intéresser à l'espérance de rentabilité d'un portefeuille de deux titres
 - On omettra la dépendance par rapport au temps
- **Rappel** : $r_P = x_1 r_1 + x_2 r_2$,
 - $x_1 + x_2 = 1$
 - Une composition particulière de portefeuille correspond au choix de x_1, x_2 poids alloués à chacune des actions
- On va chercher à expliciter $E[r_P]$

16

Rentabilité attendue d'un portefeuille

- Considérons l'espérance de rentabilité d'un portefeuille
 - $r_P = x_1 r_1 + x_2 r_2, x_1 + x_2 = 1$
 - On pourra noter $E_1 = E[r_1], E_2 = E[r_2], E_P = E[r_P]$
- On cherche à déterminer $E[r_P]$
 - x_1, x_2 sont connus (scalaires)
 - R_1, R_2 : variables aléatoires
- $E[r_P] = E[x_1 r_1 + x_2 r_2] = x_1 E[r_1] + x_2 E[r_2]$
 - $E_P = x_1 E_1 + x_2 E_2$
 - $E_P = E_1 + x_2(E_2 - E_1) = E_2 + x_1(E_1 - E_2)$

17

Rentabilité d'un portefeuille

- Notations concernant les rentabilités des titres
 - On peut être amené à considérer différents titres et leurs prix à différentes dates
 - $P_{i,t}$ prix (cours) de l'action $i \in \{1, \dots, I\}$ à la date courante t
 - On considère donc qu'un investisseur peut choisir des actions dans un ensemble de I titres
 - I est de quelques millions pour un investisseur professionnel
 - $d_{i,t}$ dividende versé à la date t
- Rentabilité du titre i entre $t - 1$ et t
 - $r_{i,t} = \frac{P_{i,t} + d_{i,t} - P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}}$
 - Dividende versé une fois par an, ici supposé versé à la date t

18

Rentabilité d'un portefeuille

- Relation entre rentabilité du portefeuille et rentabilité des titres le constituant :
- $r_P = \sum_{i=1}^I x_i r_{i,t}$
 - $x_i = \frac{a_i P_{i,t-1}}{V_{t-1}}$
 - x_i est la fraction de la richesse investie dans l'actif i
 - $\sum_{i=1}^I x_i = 1$
 - Quantités investies dans les titres peuvent a priori être négatives
 - Possibilité de vendre à découvert (sinon $x_i \geq 0$)

19

Rentabilité d'un portefeuille

- Rentabilité d'un portefeuille de titres (démonstration)
 - a_i nombre de titres i détenus
 - Les quantités investies peuvent être des fractions
 - Divisibilité des titres émis par une entreprise
 - En pratique ce sont des nombres entiers
 - Valeur du portefeuille en t : $V_t = \sum_{i=1}^I a_i (P_{i,t} + d_{i,t})$
 - Valeur du portefeuille en $t - 1$: $V_{t-1} = \sum_{i=1}^I a_i P_{i,t-1}$
 - Rentabilité du portefeuille : $r_P = \frac{V_t - V_{t-1}}{V_{t-1}}$
 - $r_P = \frac{\sum_{i=1}^I a_i (P_{i,t} + d_{i,t} - P_{i,t-1})}{V_{t-1}} = \sum_{i=1}^I \left(\frac{a_i P_{i,t-1}}{V_{t-1}} \right) r_{i,t}$

20

Rentabilité d'un portefeuille (résumé)

■ Portefeuille de deux actions

■ $r_p = x_1 r_1 + x_2 r_2$

■ r_p Rentabilité du portefeuille

■ r_1 Rentabilité de l'action 1

■ r_2 Rentabilité de l'action 2

■ x_1 Part de la richesse (en %) investie dans l'action 1

■ x_2 Part de la richesse (en %) investie dans l'action 2

■ $x_1 + x_2 = 1$

■ $E_p = x_1 E_1 + x_2 E_2$

■ E_p Rentabilité espérée (ou rentabilité moyenne) du portefeuille

■ E_1 Rentabilité espérée (ou rentabilité moyenne) de l'action 1

■ E_2 Rentabilité espérée (ou rentabilité moyenne) de l'action 2

Gestion indicielle, ETF, trackers

- On rappelle que selon la théorie, tous les investisseurs détiennent les mêmes actifs de base :
- Actif sans risque + Portefeuille de marché constitué de tous les actifs risqués
 - *Le portefeuille de marché est (en principe) efficient*
 - *L'analyse financière est inutile*
- Argument en faveur de la gestion indicielle passive
 - *Choisir un portefeuille proche du portefeuille de marché et de s'en tenir là*
 - *On peut néanmoins faire varier l'exposition au risque de marché au cours du temps*

25

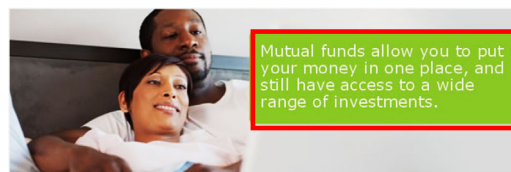
Analyse financière et choix de portefeuilles

- Utiliser des Sicav permet d'économiser du temps
- Les gestionnaires professionnels ont accès à plus de marchés
 - *Investissement sur la bourse de Singapour...*
- Ils investissent dans de très nombreux titres
 - *Diversification*
 - *Ne pas mettre « tous ses œufs dans le même panier » permet de diminuer le risque.*



26

Analyse financière et choix de portefeuilles



Mutual funds allow you to put your money in one place, and still have access to a wide range of investments.

- Les portefeuilles des particuliers sont insuffisamment diversifiés
- Il est plus facile pour un fonds commun de placement d'accéder au « portefeuille de marché »
- Dans le cadre d'une gestion indicielle passive
- Ceci peut prendre la forme de fonds indiciels
- Ou de « trackers »

Mutual funds allow you to put your money in one place, and still have access to a wide range of investments.

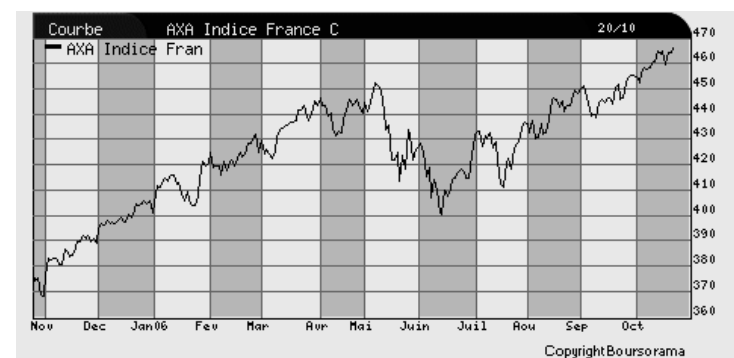


27

Analyse financière et choix de portefeuilles



- Axa Indice France
 - *Valeur liquidative : 465,86 euros au 20/10/2006*
 - *Nombre de parts : 471 987*
 - *Actif net : 219 880 milliers d'euros*
 - *Évolution de la valeur de la part depuis 1 an*



28

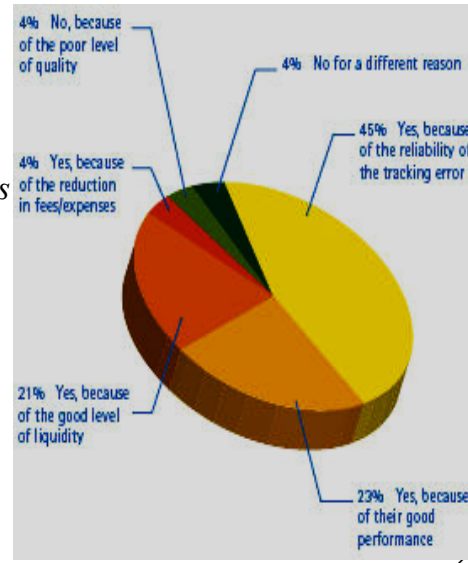
Analyse financière et choix de portefeuilles



- ETF : Exchange Traded Fund
 - parts du fonds cotées en Bourse
 - Achat en Bourse comme une action
 - Prix d'achat d'une part : cours de Bourse et non pas valeur liquidative



EDHEC European ETF Survey : pour ou contre ?

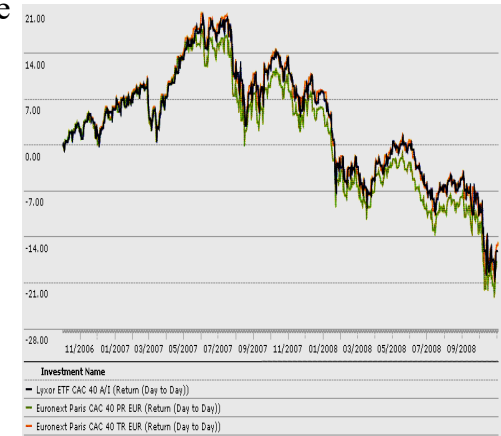


Analyse financière et choix de portefeuilles

- Trackers : fonds visant à dupliquer l'évolution d'un indice (CAC40, Eurostoxx,...)

- Moyen économique d'investir notamment sur des marchés étrangers
- Frais de transaction réduits
- Concurrence pour les gestionnaires de fonds traditionnels
 - Lyxor ETF CAC40
 - ISIN FR0007052782 coté sur Next Track
- Émis par une banque
 - Risque de défaut

Comparaison entre la rentabilité cumulée du tracker et celle du CAC40



TR: total return ; dividendes réinvestis
PR: price return ; hors dividendes

Analyse financière et choix de portefeuilles

- Quelques vidéos sur la question des fonds indiciels
- Warren Buffett talks index funds (50'')
 - So many investors, brokers and money managers hate to admit it, but the best place for the average retail investor to put his or her money is in Index Funds.
 - <http://www.youtube.com/watch?v=rEX81GhMwM>
 - 2008, 50 000 vues
- Kahneman: Think 'Fast And Slow' About Index Funds (5'34)
 - When it comes to the stock market, index funds are generally the smartest decision
 - <http://www.youtube.com/watch?v=hOm6rD4m4V0> 2013



Smart betas

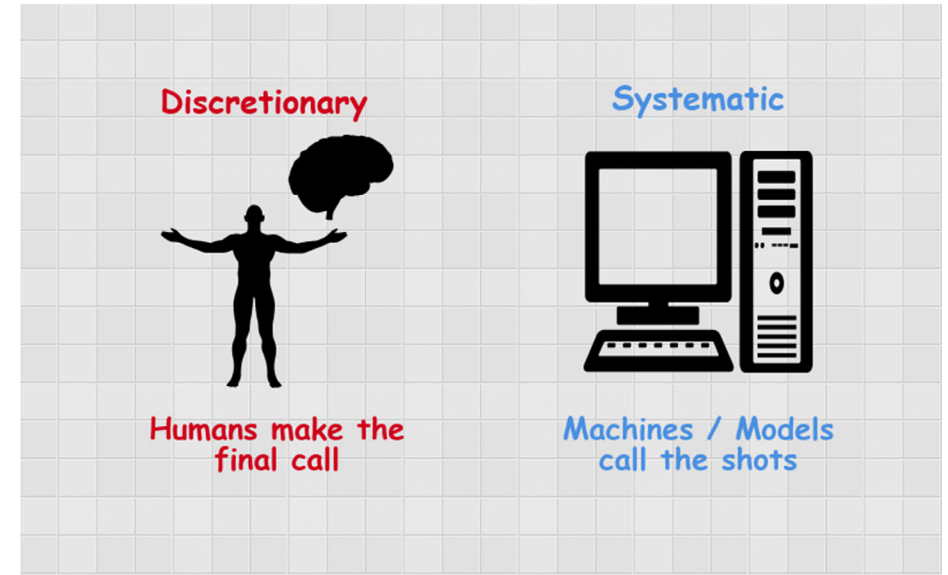
- La théorie financière (critique de Roll) a encouragé la recherche d'indices de meilleure qualité que les indices boursiers traditionnels
 - Transformer une faiblesse intellectuelle en une stratégie gagnante
- « Critique » des indices boursiers traditionnels pondérés par la capitalisation boursière
 - En cas de hausse d'une valeur, son poids augmente dans l'indice
 - Dupliquer l'indice aurait un effet procyclique déstabilisant
 - Les indices obligataires ne prennent en compte qu'une partie de la dette et « surpondèrent » les entreprises très endettées

Smart betas

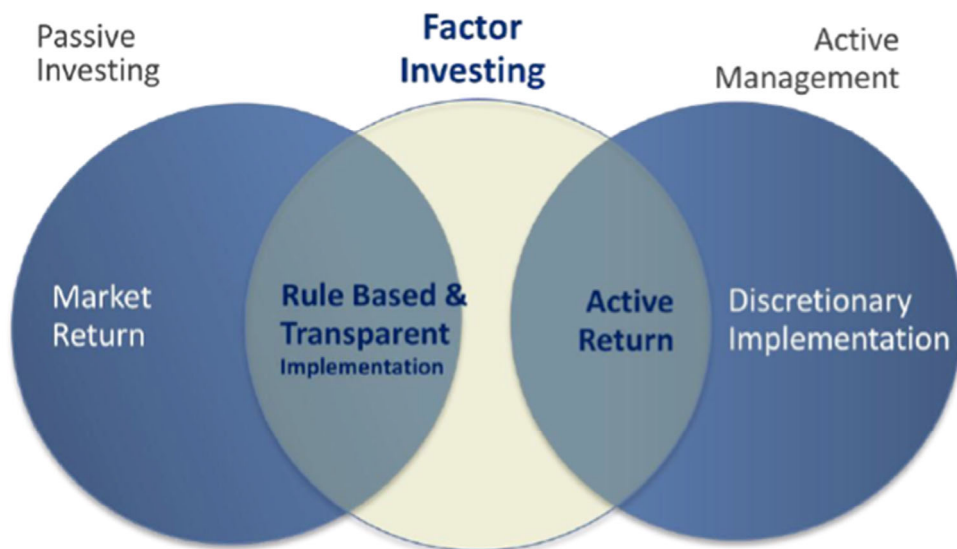
- Recherche d'indices constitués à partir d'autres critères de pondération que la capitalisation boursière
 - *Les indices peuvent avoir des sensibilités données par rapport à des « facteurs de risque » (factor investing)*
- Ou à partir de règles de gestion dynamique explicites (et non pas discrétionnaires)
 - *Risk Parity, minimum variance*
 - *Fonds à « formule » : la performance du fonds dépend d'une fonction, la variable étant par exemple le CAC40*
 - *Strategy derivatives : pari sur une stratégie dynamique*
- Ces portefeuilles sont négociés comme des titres
 - *Exchange Traded Funds (ETF)*

33

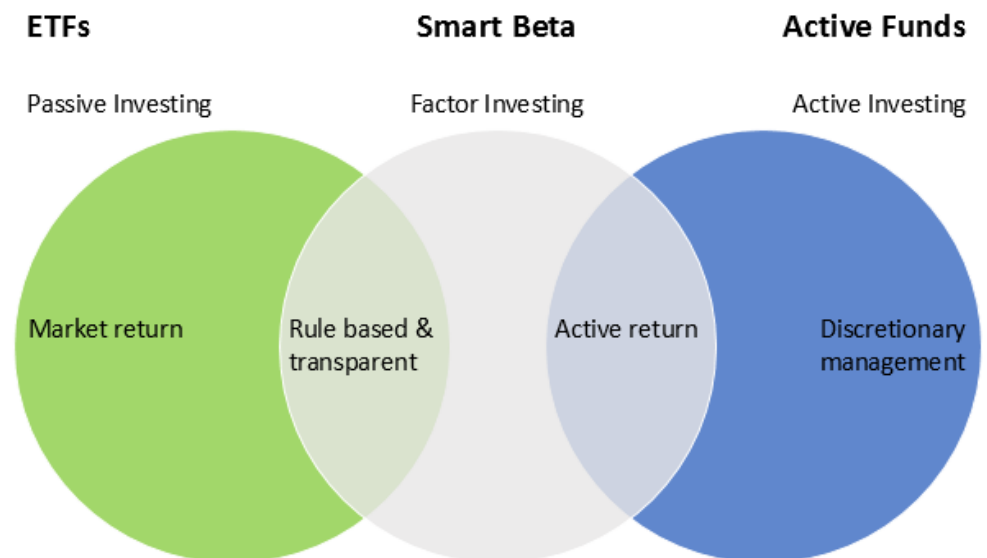
Le mouvement vers les stratégies d'investissement définies par des règles prédéfinies



34



35



36

FOCUS ETF / UN MARCHÉ TRÈS DYNAMIQUE

UNE UTILISATION
PARTICULIÈREMENT RENFORCÉE



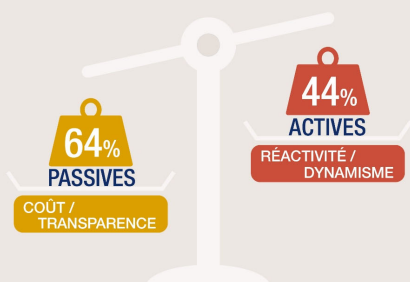
37



FOCUS SMART BETA / UN SEGMENT PROMETTEUR

38

SMART BETA ACTIF VS PASSIF DES SOLUTIONS COMPLÉMENTAIRES



2 UTILISATIONS PRINCIPALES



QUELLES PERSPECTIVES ?



INNOVATIONS ATTENDUES



39

Smart beta : une belle affaire, mais à suivre

- Selon l'étude de l'Edhec, 75% des répondants pensent que les approches smart betas permettent d'offrir un « potentiel significatif de surperformance »
 - Par rapport à quoi ?
 - S'agit-il d'amélioration du ratio de Sharpe ?
 - Les approches « smart beta » sont-elles des armes de séduction massive ?
 - A chaque préjugé des investisseurs, son indice
 - Un indice smart beta sera jugé d'autant plus approprié par les investisseurs qu'il valide ses préjugés
 - Et la capacité des données et des méthodologies statistiques à discriminer bons et mauvais indices est très faible.

40

Quels choix de portefeuilles ?

Les plus grands hedge funds

(source Bloomberg, zerohedge, 2014)
Ray Dalio, 169 milliards d'actifs gérés



WORLD'S LARGEST HEDGE-FUND FIRMS

Firm, Location	HEDGE-FUND ASSETS UNDER MANAGEMENT, IN BILLIONS
1 Bridgewater Associates , Westport, Connecticut	\$88.9
2 JPMorgan Asset Mgmt. , New York	62.9
3 Och-Ziff Capital Mgmt. , New York	47.1
4 Man Group , London	40.9
5 Brevan Howard Asset Mgmt. , London	37.0
6 AQR Capital Mgmt. , Greenwich, Connecticut	35.1
7 D. E. Shaw & Co. , New York	34.0
8 BlackRock Advisors , New York	32.8
9 Baupost Group , Boston	28.8
10 Winton Capital Mgmt. , London	28.0

Figures are the latest available.
Sources: Bloomberg, hedge-fund databases, investors

41

Hedge-Fund Kings

Total gains by some current hedge-fund managers since launching their funds

Manager	Net Gains Since Start	2020 Gains	Launch Year
Tiger Global	26.5	10.4	2001
Millennium	36.0	10.2	1989
Lone Pine	42.3	9.1	1996
Viking	36.6	7.0	1999
Citadel	41.8	6.2	1990
D.E. Shaw	37.3	5.4	1988
Elliott Associates	33.3	5.0	1977
TCI	27.0	4.2	2004
Egerton	22.6	3.7	1995
Brevan Howard	22.5	3.0	2003
Farallon	29.3	2.9	1987
SAC/Point72	25.9	2.5	1992
Och-Ziff/Sculptor	29.8	2.3	1994
Appaloosa	28.6	1.9	1993
King Street Capital	17.6	1.6	1995
Baupost	31.3	1.5	1983
Paulson & Co.*	17.8	-1.2	1994
Bridgewater	46.5	-12.1	1975
Soros Fund Management**	43.9	NA	1973
Moore Capital***	18.6	NA	1990

Source: LCH Investments
THE WALL STREET JOURNAL.

Top 20 Managers Ranked By Profits In 2020

Manager	Net Gains Since Start	2020 Gains	Launch Year
Tiger Global	26.5	10.4	2001
Millennium	36.0	10.2	1989
Lone Pine	42.3	9.1	1996
Viking	36.6	7.0	1999
Citadel	41.8	6.2	1990
D.E. Shaw	37.3	5.4	1988
Elliott Associates	33.3	5.0	1977
TCI	27.0	4.2	2004
Egerton	22.6	3.7	1995
Brevan Howard	22.5	3.0	2003
Farallon	29.3	2.9	1987
SAC/Point72	25.9	2.5	1992
Och-Ziff/Sculptor	29.8	2.3	1994
Appaloosa	28.6	1.9	1993
King Street Capital	17.6	1.6	1995
Baupost	31.3	1.5	1983
Paulson & Co.*	17.8	-1.2	1994
Bridgewater	46.5	-12.1	1975
Soros Fund Management**	43.9	NA	1973
Moore Capital***	18.6	NA	1990
Top 20 Managers	615.1	63.5	—
All Managers	1,422	127	—

NOTE: Gains are in billions of dollars; *Through June 30, 2020; **Through Dec. 31, 2017; ***Through Dec. 31, 2019. Source: LCH Investments

42

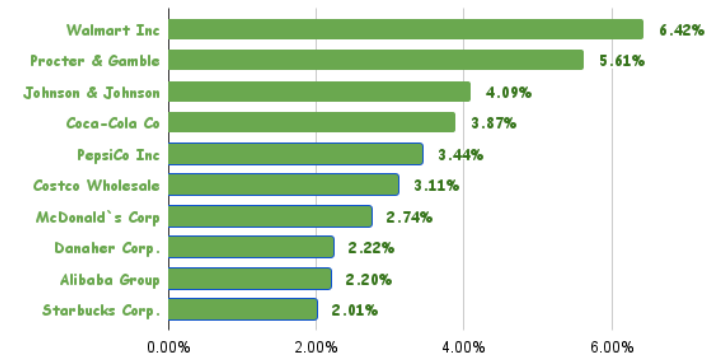


<https://www.bridgewater.com/research-and-insights/ray-dalio-on-how-hes-seeing-the-world-right-now> (réflexions notamment sur l'investissement en cryptoactifs)

43

Principaux investissements en actions (individuelles) de Bridgewater, ce qui représente un gros tiers des investissements. Le fonds a investi dans 636 titres (début septembre 2021)

Bridgewater Associates' 10 largest public-equity holdings



Bridgewater gère environ 223 milliards de dollars (début septembre 2021), pour 105 clients institutionnels. La rentabilité moyenne des actifs gérés a été de 6,7% (août 2018 – août 2021) contre 18,1% pour l'indice S&P500 sur la même période.

Source : <https://www.suredividend.com/bridgewater/>

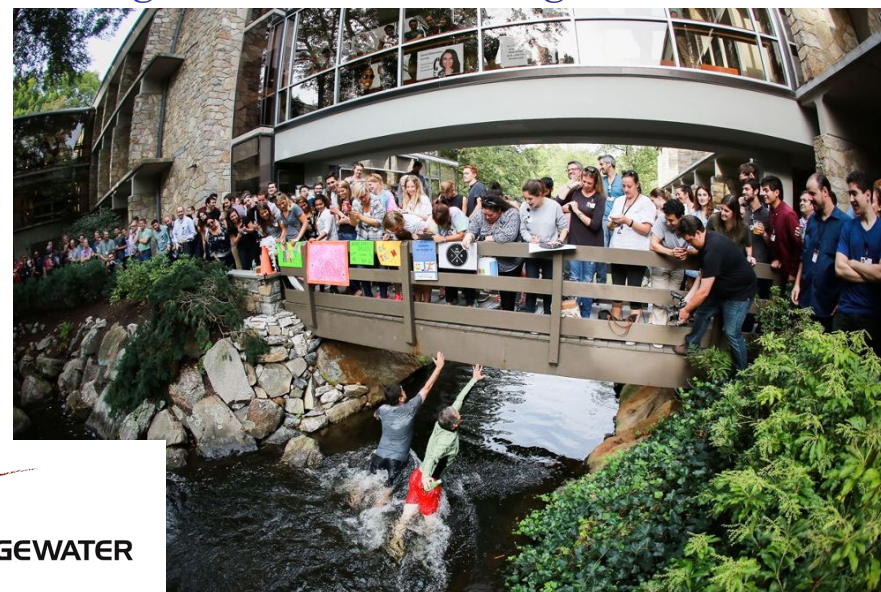
44

“The Research team shares insights at its weekly “What’s Going On In the World” meeting”.



Westport, Connecticut Campus, 1500 personnes

“Bridgewater” team building

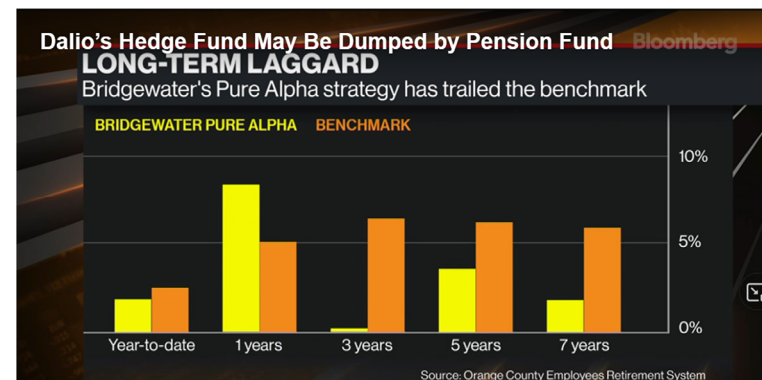


The SCRUM is a swimming-scrabbling-running race around Bridgewater’s headquarters via the pond, stream and rapids that encircle the building.



Bridgewater gère trois fonds dont le fonds Pure Alpha

- Pure alpha : fonds géré activement (stratégie global macro), lancé en 1989, fermé aux nouveaux investisseurs en 2006. Un investissement dans le fonds « pure alpha » a rapporté en moyenne 4,5% par an, moins que les indices boursiers standard.
 - Dalió’s Hedge Fund Risks Being Dumped by Pension on Weak Returns
 - <https://www.bloomberg.com/news/articles/2021-09-02/dalio-s-hedge-fund-risks-being-dumped-by-pension-on-weak-returns>



Quels choix de portefeuilles ?

Les deux grands fonds de Bridgewater Associates

Bridgewater's Pure Alpha is its most famous: With more than \$62 billion in assets, Pure Alpha had made investors richer than any other hedge fund in history, reaping \$45 billion in returns between its inception and the end of 2015, according to Bloomberg.

This year, though, the fund has fallen 12% in the six months of the year—its worst first-half performance in more than 20 years, The Wall Street Journal reported. (It may also have lost additional money to investor withdrawals, as the fund's assets fell even more, down 25% from the \$82.3 billion in the fund at the end of last year.)

Source, Fortune, 7 Juillet 2016

49

Les deux grands fonds de Bridgewater Associates

Meanwhile, Bridgewater's **All Weather fund** is crushing it. Younger and once much smaller than Pure Alpha, All Weather now has more than \$60.7 billion in assets.

The fund returned 10% in the first half of this year, more than double the 4% return of the S&P 500. The kicker? All Weather is a **passive strategy** similar to the way index funds and ETFs do not have active managers (**use of "risk parity"**).

Fortune, 7 Juillet 2016

It has been a tumultuous year for the firm. Bridgewater publicly prides itself on what it calls "**radical transparency**" in its dealing with employees, but is very private about discussing its operations.

New York Times, 7 Juillet 2016

50

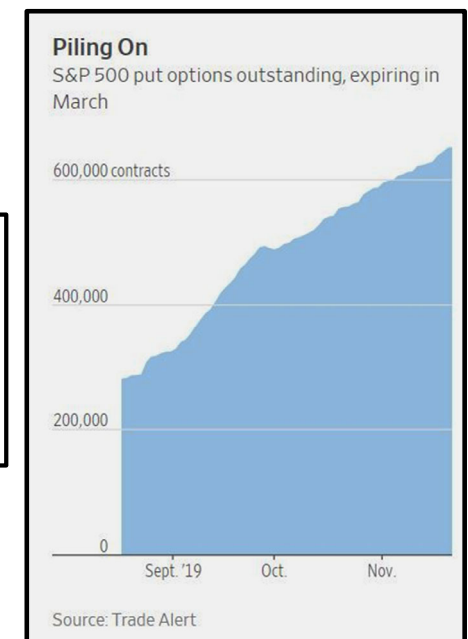
Bridgewater : un pari gagnant ?

- Selon le Wall Street Journal, fin novembre 2019, Bridgewater aurait parié sur une baisse du S&P500
 - Montant estimé du pari : 1,5 milliards de dollars
 - Soit environ 1% des actifs gérés par Bridgewater
 - Achat **d'options de vente** : nominal de 100 milliards de \$ auprès de Goldman Sachs et Morgan Stanley
 - La stratégie ne serait pas liée à une anticipation de la pandémie.
- Pari gagnant à condition que les indices baissent d'au moins 5% avant fin mars 2020.
- Le S&P 500 a baissé d'environ en mars 2020.
- Ceci aurait permis selon le WSJ de réduire les pertes entre 10% et 30% au premier trimestre 2020

51

Bridgewater : un pari gagnant ?

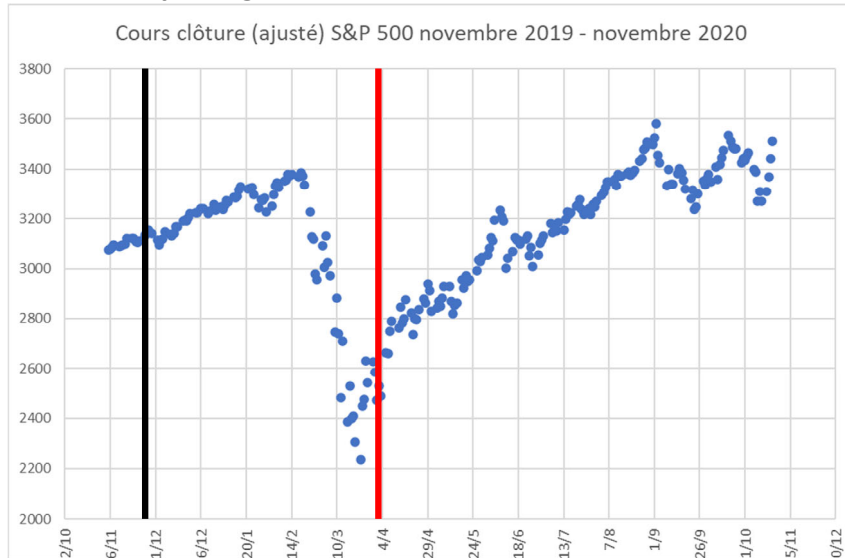
Le montant des paris sur la baisse des indices boursiers a considérablement augmenté au cours du dernier trimestre 2019



<https://news.tradimo.com/bridgewater-bets-big-on-equities-decline/>

52

Pour le marché des actions américaines, la pandémie n'est-elle qu'une crise passagère ? Priorité à l'économie, flambée des techs ?



En noir, date du pari. En rouge, échéance du pari (date d'exercice des options).
NB : les options ont pu être revendues avant l'échéance

53

Ray Dalio caught wrongfooted with big losses at Bridgewater fund (Financial Times)



<https://www.ft.com/content/6addc002-6666-11ea-800d-da70cff6e4d3>

54

Bridgewater : un pari gagnant ?

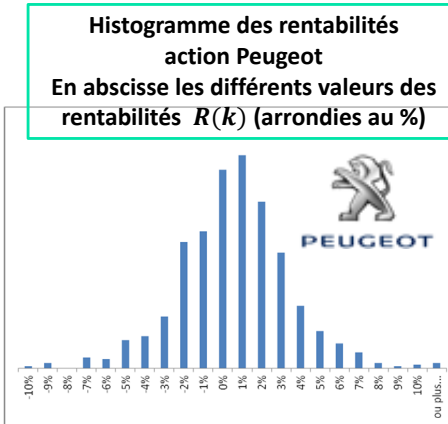
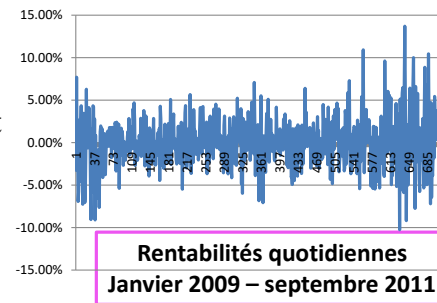
- Options de vente revendues trop tôt ?
 - Ne permettant pas de réaliser le gain à l'échéance de mars
 - En janvier 2020 à Davos Ray Dalio, déclarait « **Cash is Trash** »
 - <https://www.cnbc.com/2020/01/21/ray-dalio-at-davos-cash-is-trash-as-everybody-wants-in-on-the-2020-market.html>
- Le fonds phare *Pure Alpha 2* aurait réalisé une performance de -8% en janvier-février et de -13% en mars
 - *“We did not know how to navigate the virus and chose not to because we didn't think we had an edge in trading it. So, we stayed in our positions and in retrospect we should have cut all risk”.*
 - <https://www.ft.com/content/6addc002-6666-11ea-800d-da70cff6e4d3>

55

56

Rentabilité moyenne

- Distribution des rentabilités Peugeot
 - Maintenant intégré dans Stellantis
 - Premier graphique : évolution des rentabilité quotidiennes
 - Histogramme des rentabilités quotidiennes
 - En abscisse, les différentes valeurs des rentabilités en %
 - En ordonnées, fréquences d'apparition des rentabilités
 - Les différentes valeurs possibles des rentabilités sont associés à des scénarios
 - « Distribution empirique » ou historique des scénarios

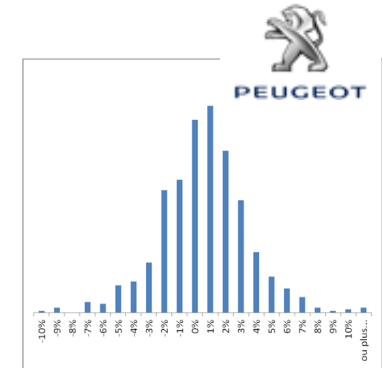


Rentabilité moyenne

Fréquence empirique = nombre de jours où la rentabilité est égale à $R(k)$ divisé par le nombre de jours total

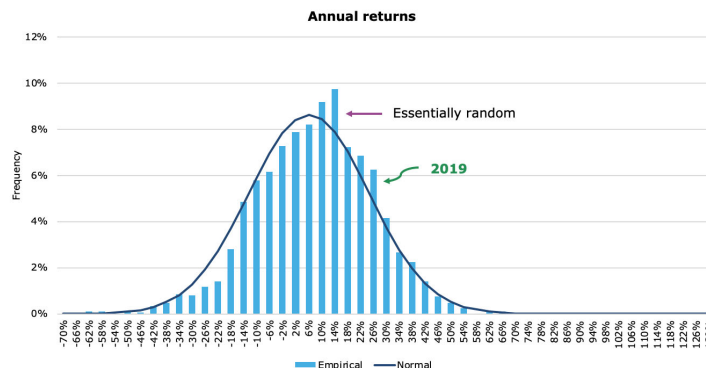
Fréquence empirique = $p(k)$

- Rentabilité quotidienne de l'action Peugeot pouvant prendre des valeurs $r(k)$, $k = 1, \dots, K$
 - Ce sont les différentes rentabilités indiquées en abscisses
 - K nombre de scénarios
 - Chaque scénario est associé à une valeur prise par la rentabilité
- Avec les fréquences $p(k)$, $k = 1, \dots, K$
- La rentabilité moyenne est égale à $\sum_{k=1}^K p(k)r(k) = 0,08\%$



Rentabilités et rentabilités moyennes

- On s'intéresse aux différentes valeurs prises dans le passé par les rentabilités d'un titre ou d'un portefeuille de titres
 - Histogramme des rentabilités annuelles de l'indice S&P500 de 1871 à 2019

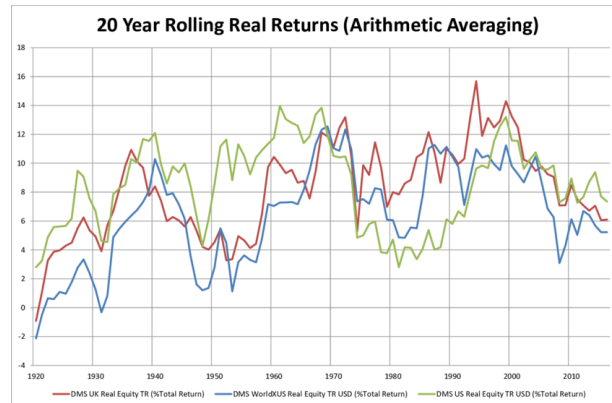


Rentabilités moyennes

- Approche historique et par histogramme (fréquences)
 - Exemple : période considérée, les trois derniers jours
 - Rentabilités observées : 0%, 3%, 3%
- Moyenne historique sur la fenêtre de calcul
 - Avec équipondération des dates de calcul
 - $\frac{1}{3} \times (0\% + 3\% + 3\%) = 2\%$
- Approche par fréquences
 - 2 scénarios à 3%, 1 scénario à 0% (fréquences 2/3 et 1/3)
- Rentabilité moyenne
 - $\frac{2}{3} \times 3\% + \frac{1}{3} \times 0\% = 2\%$

Fluctuations des rentabilités moyennes

- Quand on regarde des rentabilités moyennes calculées de manière glissante sur des périodes de 20 ans, on observe de très grandes variations



Wright, Burns, Mason & Pickford (2018). Estimating the cost of capital for implementation of price controls by UK Regulators.

61

Rentabilité moyennes arithmétique et géométrique

- Rentabilités annuelles d'un portefeuille P_t (dividendes réinvestis), $r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$, $t = 1, \dots, T$
 - Rentabilité arithmétique moyenne $\frac{1}{T} \times (r_1 + \dots + r_T)$
 - Rentabilité géométrique moyenne $((1 + r_1) \times \dots \times (1 + r_T))^{1/T} - 1 = \left(\frac{P_T}{P_0}\right)^{1/T} - 1$
 - Exemple : $T = 2, P_0 = 100, P_1 = 200, P_2 = 100$
 - $r_1 = 100\%, r_2 = -50\%$,
 - moyenne arithmétique 25%, moyenne géométrique 0%

62

Rentabilité moyennes arithmétique et géométrique

- Rentabilités moyennes arithmétique et géométrique
- cinq années : $t = 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015$

- rentabilités simples d'un portefeuille : $r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$

r_1	r_2	r_3	r_4	r_5
90%	10%	20%	30%	-90%

- On laisse de côté la question des dividendes
- Rentabilité arithmétique moyenne $\frac{r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5}{5} = 12,5\%$

63

Rentabilité moyennes arithmétique et géométrique

- Que devient un investissement de 1€ fait début 2010
- Valeurs (acquises) de l'investissement :

r_1	r_2	r_3	r_4	r_5
90%	10%	20%	30%	-90%

2011	2012	2013	2014	2015
1 + 90% = 1,9	= 1,9 × (1 + 10%)

- Remarque $1 + r_t = 1 + \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{P_{t-1} + P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{P_t}{P_{t-1}}$
- Valeur terminale (2015) : $1,9 \times 1,1 \times 1,2 \times 1,3 \times 0,1 = 0,32604$ euros

64

Rentabilité moyennes arithmétique et géométrique

- Un investissement « buy and hold » de $P_0 = 1\text{€}$ en 2010, rapporte 0,32604 euros en 2015.
 - Rentabilité annuelle simple : $\left(\frac{0,32604}{1} - 1\right)/5 = -13,48\%$
 - Rentabilité annuelle composée : $\left(\frac{0,32604}{1}\right)^{1/5} - 1 = -20,08\%$
 - Elle est telle que $(1 + (-20,08\%))^5 = \frac{0,32604}{1}$
 - En termes de choix d'investissement $F_0 = -I = -P_0 = -1\text{€}$, $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = 0$, $F_5 = 0,32604\text{€}$
 - $-1 + \frac{0,32604}{(1+(-20,08\%))^5} = 0$
 - **-20,08% est la rentabilité moyenne (géométrique) de l'investissement « buy and hold » (ou rentabilité composée)**

65

Rentabilité moyennes arithmétique et géométrique

- **On remarque la rentabilité composée est inférieure à la rentabilité arithmétique moyenne**
 - Les mathématiques nous disent qu'effectivement la moyenne géométrique est toujours inférieure ou égale à la moyenne arithmétique
 - $\left(\frac{P_1}{P_0} \times \frac{P_2}{P_1} \times \frac{P_3}{P_2} \times \frac{P_4}{P_3} \times \frac{P_5}{P_4}\right)^{1/5} \leq \frac{1}{5} \times \left(\frac{P_1}{P_0} + \frac{P_2}{P_1} + \frac{P_3}{P_2} + \frac{P_4}{P_3} + \frac{P_5}{P_4}\right)$
 - Il en résulte que la rentabilité géométrique est toujours supérieure à la rentabilité arithmétique
 - **Ce sont les rentabilités arithmétiques qui sont communiquées aux clients.**

66

Exemple : rentabilité du S&P 500 (dividendes réinvestis) de 2000 à 2015

Arithmetic Average S&P 500 Total Returns (2000 thru 2015)

$((-9.2) + (-11.9) + (-22.1) + 28.7 + 10.9 + 4.9 + 15.8 + 5.5 + (-37.0) + 26.5 + 15.1 + 2.1 + 15.8 + 32.4 + 13.7 + 1.4) / 16 = 5.78\%$

Geometric Average S&P 500 Total Returns (2000 thru 2015)

$[\ .908 \times .881 \times .779 \times 1.287 \times 1.109 \times 1.049 \times 1.158 \times 1.055 \times .63 \times 1.265 \times 1.151 \times 1.021 \times 1.158 \times 1.324 \times 1.137 \times 1.014]^{(1/16)} - 1 = 4.05\%$

**Rentabilité arithmétique moyenne : 5,78%,
rentabilité géométrique : 4,05%**

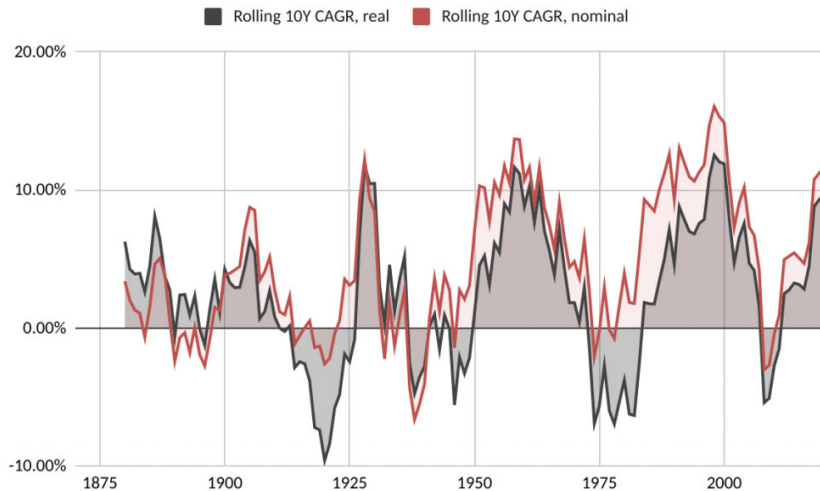
La rentabilité arithmétique est toujours supérieure à la rentabilité géométrique et l'écart est d'autant plus grand que la variabilité des rentabilités est grande

Rentabilité arithmétique moyenne : estimer l'espérance de rentabilité sur un an. Rentabilité géométrique (TRI) : mesurer la performance sur plusieurs années, avec une base de calcul annuelle

67

68

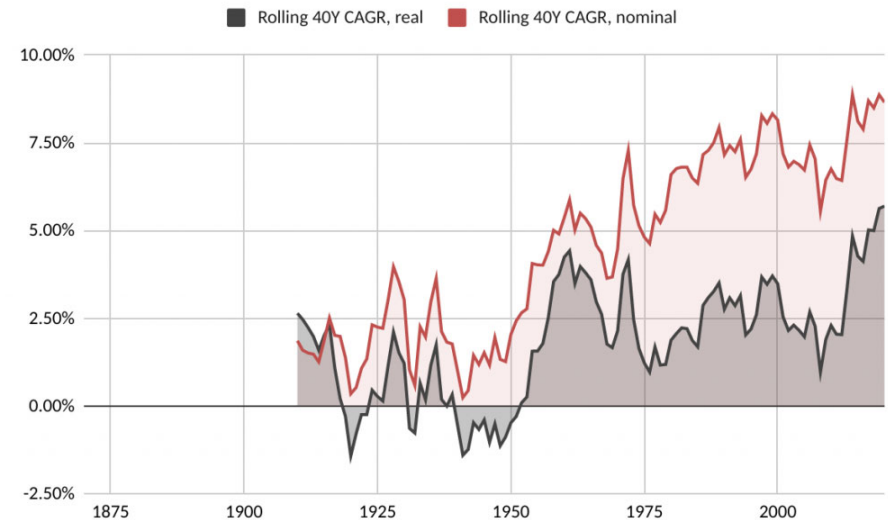
Fluctuations des rentabilités moyennes



Rentabilités (géométriques) glissantes nominales et réelles, calculées sur des horizons de 10 ans pour l'indice S&P500.

69

Fluctuations des rentabilités moyennes



70

Rentabilités moyennes sur longue période par type d'investissement (marché US)

■ Rentabilité de placements

■ Selon les types d'actifs

■ Marché américain

■ Valeur en 2000 d'un placement de 1\$ fait en décembre 1925

■ Taux de rentabilité composé

$$\text{■ } (1 + 11,0\%)^{75} = \mathbf{2586}$$

■ Taux réel \approx taux nominal – taux d'inflation

	Valeur 2000	Nominal	Réel
Actions de forte capitalisation	2586	11,0	7,7
Actions de faible capitalisation	6403	12,4	9,0
Obligations privées	64	5,7	2,6
Obligations d'État	49	5,3	2,2
Bons du Trésor	17	3,8	0,75

71

Rentabilités moyennes sur longue période par type d'investissement (marché US)

■ Sur une période de 75 ans

■ Action de faible capitalisation ont eu la meilleure rentabilité

■ Small caps

■ Puis actions de forte capitalisation (Blue chips)

■ Puis obligations privées

■ Obligations d'État

■ Enfin, Bons du Trésor

■ \approx Placement à court-terme sans risque pour les investisseurs \$

■ Primes de risque positives *ex-post*

■ Primes de risque : écart de rentabilité entre placements en actions et en bons du trésor

	Valeur 2000	Nominal	Réel
Actions de forte capitalisation	2586	11,0	7,7
Actions de faible capitalisation	6403	12,4	9,0
Obligations privées	64	5,7	2,6
Obligations d'État	49	5,3	2,2
Bons du Trésor	17	3,8	0,75

72

Divergence des rentabilités moyennes selon les pays

- Rentabilité des placements selon les pays
- Valeur en 2000 d'un placement en actions de 1 USD fait un siècle auparavant

	Valeur 2000	Taux de rentabilité	
		Nominal %	Réel %
États-Unis	16 797	10,2	6,7
Royaume Uni	16 160	10,2	5,8
France	102 369	12,2	3,8
Suède	65 175	11,7	7,6
Italie	93 545	12,1	2,7

73

Fluctuations des rentabilités moyennes

- Selon l'approche statistique standard (dite fréquentiste), les fréquences empiriques devraient converger vers des quantités fixes, indépendantes de l'échantillon quand la taille de l'échantillon devient « très grande ».
 - Dans nos exemples, à supposer que l'approche fréquentiste soit valide, plusieurs décennies n'est visiblement pas suffisant.
- Il est utile de revenir sur le cadre de l'approche fréquentiste.
 - Supposons que l'on puisse faire des tirages aléatoires indépendants d'un dé (pipé ou non).
 - Et que nous puissions considérer que le lancé d'un dé constitue bien une « expérience aléatoire » et que les conditions initiales du lancé soient « suffisamment fluctuantes » pour que les tirages soient indépendants (voir transparents précédents)

74

Fluctuations des rentabilités moyennes



- Exemple du jeu de dés
 - $X(k) = k, k = 1, \dots, 6$ peut prendre 6 valeurs, 1,2, ..., 6 correspondant à six états possibles que l'on numérotera également de 1 à 6
- Pour n lancers, on note $\#\{k\}$, le nombre de fois où l'on retombe sur la face k
- $\frac{\#\{k\}}{n}$ est la fréquence (empirique) d'apparition de k
- Pour des tirages indépendants, $\frac{\#\{k\}}{n} \rightarrow p(k)$ quand $n \rightarrow \infty$
- La fréquence limite $p(k)$ est appelée probabilité de tomber sur la face k

75

Fluctuations des rentabilités moyennes

- Loi de probabilité : ensemble des valeurs que l'on peut tirer $\{1,2,3,4,5,6\}$ associé aux probabilités d'obtenir ces valeurs $\{p(1), p(2), \dots, p(6)\}$
 - Le dé est non pipé si $p(1) = \dots = p(6) = \frac{1}{6}$ (équiprobabilité)
- On peut tester que les tirages sont indépendants,
 - En vérifiant que les fréquences conditionnelles sont proches des fréquences marginales
 - Par exemple, la fréquence d'apparition d'un 6 ne devrait pas dépendre des valeurs observées aux tirages précédents
 - Ce qui correspond à des suites normales (voir transparent sur aléatoire et finance à propos des limites de cette approche)

76

Fluctuations des rentabilités moyennes



- Moyenne empirique (dans l'échantillon) = $\sum_{k=1}^6 \frac{\#\{k\}}{n} \times k$
- $\sum_{k=1}^6 \frac{\#\{k\}}{n} \times k \rightarrow \sum_{k=1}^6 p(k) \times k$ quand $n \rightarrow \infty$
- La quantité $\sum_{k=1}^6 p(k) \times k = \sum_{k=1}^6 p(k) \times X(k)$, notée $E[X]$ est appelée espérance mathématique de X
 - Soit la moyenne des valeurs prises par X pondérée par les probabilités des valeurs prises par les probabilités des valeurs prises par X
- Les résultats précédents sont connus comme la loi des grands nombres

77

■ Linéarité de l'espérance mathématique

- Deux variables aléatoires X et Y et deux réels α et β
- On a alors : $E[\alpha X + \beta Y] = \alpha E[X] + \beta E[Y]$
- Démonstration :
 - Par définition
 - $E[\alpha X + \beta Y] = \sum_{k=1}^K p(k) \times (\alpha X(k) + \beta Y(k))$
 - En développant le terme de droite, on obtient
 - $\sum_{k=1}^K \alpha p(k) X(k) + \beta p(k) Y(k)$
 - En réarrangeant les termes, la somme précédente peut s'écrire
 - $\alpha \left(\sum_{k=1}^K p(k) X(k) \right) + \beta \left(\sum_{k=1}^K p(k) Y(k) \right)$
 - Le terme de droite est égal à $\alpha E[X] + \beta E[Y]$
 - Ce que l'on voulait démontrer

78

Fluctuations des rentabilités moyennes

- Les fréquences empiriques ne convergent vers les probabilités que si l'on fait un très grand nombre de tirages indépendants
 - Karl Pearson a consacré ses vacances à lancer 25000 fois une pièce de monnaie pour constater qu'elle tombe à peu près la moitié du temps sur pile...
- Limites de l'approche fréquentiste dans le domaine financier, qui n'est pas une science expérimentale.
 - On ne va pas attendre 25 000 ans pour avoir une idée de « la » loi de probabilité des rentabilités boursières
 - Et il ne serait pas raisonnable de penser que les lois de probabilité sont invariantes sur de très longues périodes

79



Karl Pearson est connu pour ses contributions majeures en statistiques :

- Régression linéaire (R2, coefficient de corrélation),
- test du chi-deux,
- concept de p-value,
- analyse en composantes principales.

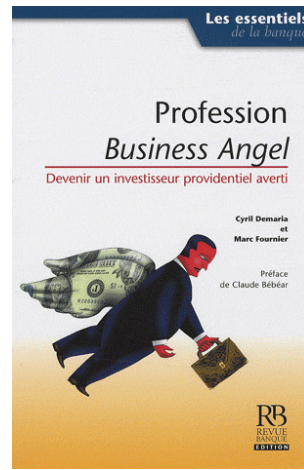
... Et aussi pour ses positions très discutables sur l'eugénisme et le « darwinisme social ».

80

Une approche financière de la non stationnarité

■ Vie et mort d'une action...

- *Naissance : petite entreprise deviendra grande*
 - Apport personnel du créateur
 - Emprunts bancaires
 - "Business angels", capital-développement, fonds d'amorçage, de capital risque, pépinières d'entreprises
 - Les apporteurs de capitaux externes apportent également une aide en matière de gestion financière
 - L'entreprise n'est pas en général pas cotée en Bourse
- *Puis introduction en Bourse*
 - Vente d'actions à des actionnaires extérieurs
 - Marché primaire : « marché du neuf »
 - De nouvelles actions sont créées et vendues aux investisseurs
 - IPO : « Initial Public Offering »



81

Une approche financière de la non stationnarité

■ Vie et mort d'une action...

- *Augmentation de capital*
- *Une entreprise peut vendre de nouvelles actions...*
- *L'argent récupéré lors de la mise en vente des actions est utilisé pour financer des investissements*
- *Mécanisme le plus courant*
 - prix de vente fixé
 - pendant une certaine période
 - De l'ordre d'un mois
 - Les acheteurs potentiels déposent des offres de souscription

LES MODALITES DE L'AUGMENTATION DE CAPITAL

- Montant : 1,2 Md€ (soit 27 millions d'actions émises)
- Prix de souscription : 45 € par action (à raison de 2 actions nouvelles pour 11 existantes)
- Droit préférentiel de souscription
- Période de souscription : du 30 septembre au 13 octobre
- Date de règlement-livraison : 25 octobre

Michelin



82

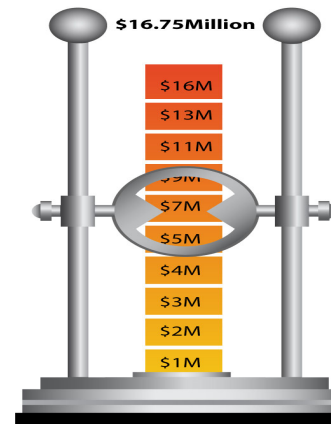
Une approche financière de la non stationnarité

■ Introduction en Bourse, augmentation de capital

- *Risques pour l'entreprise*
 - Ne pas vendre suffisamment d'actions
 - Vendre des actions à un prix trop bas
- *Placement garanti*
 - Un « syndicat de banques » achète les actions à un cours garanti
 - Il revend les actions au « marché »
 - Investisseurs institutionnels, particuliers
 - Le risque de baisse des cours ou de « colle » est supporté par les intermédiaires financiers.

Top Fund-Raisings		
Top 10 fund-raising deals from Chinese banks		
Pricing date	Issuer	Value (billions)
July 6, 2010	Agricultural Bank of China	\$22.1
Oct. 20, '06	Industrial & Commercial Bank of China	\$21.9
May 24, '06	Bank of China	\$11.2
Oct. 20, '05	China Construction Bank	\$9.2
Dec. 14, '10	China Construction Bank	\$9.2
Dec. 10, '10	Bank of China	\$9.0
Sept. 18, '07	China Construction Bank	\$7.7
Dec. 23, '10	Industrial & Commercial Bank of China	\$6.7
April 20, '07	China CITIC Bank	\$5.9
June 7, '10	Bank of China	\$5.9

Source: Dealogic

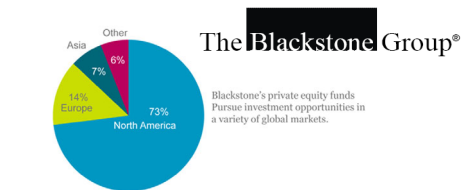


83

Une approche financière de la non stationnarité

■ Les actions d'une entreprise peuvent ne plus être cotées en Bourse

- *Ne peuvent plus être achetées ou vendues sur un marché organisé*
- « private equity »
 - L'entreprise peut être rachetée par un groupe d'investisseurs intervenant de manière active dans la gestion
 - Moins d'obligations de communication financière
 - Plus de facilité pour que les propriétaires puissent réorganiser l'entreprise
- *L'entreprise peut ultérieurement être réintroduite en Bourse*
- *Pendant la période intermédiaire, on ne dispose pas de cours boursiers et donc de rentabilités boursières*



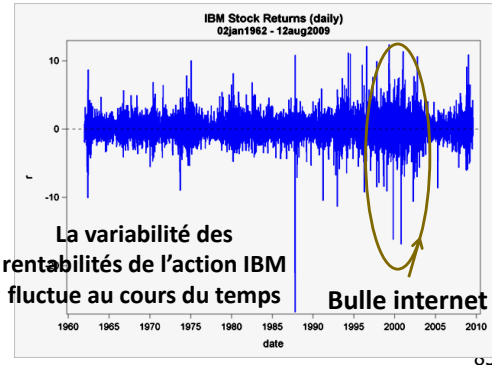
Les fonds spécialisés dans cette activité n'ont pas toujours bonne presse

84

Une approche financière de la non stationnarité



- Au cours de sa vie, les actifs de l'entreprise peuvent changer de nature
 - Cessions ou rachat d'actifs
 - IBM a successivement fabriqué des imprimantes, des grands ordinateurs, des PC
 - Aujourd'hui fait du conseil dans le domaine des services informatiques
- Les caractéristiques des rentabilités peuvent changer
 - Par non stationnarité, on entend ici des changements dans les lois de probabilité suivies par les rentabilités



Une approche financière de la non stationnarité

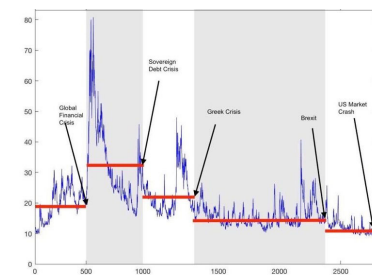
- Durée de vie indéterminée
- Mais l'entreprise est mortelle
 - Faillite et liquidation des actifs
 - L'action de la banque Washington Mutual avait des niveaux de cours boursiers très stables de 2004 à mi 2007
 - Avant de s'effondrer au moment de la crise financière
 - Rachat par une autre entreprise
 - Suite à une "offre publique d'achat" en Bourse (OPA, OPE)
 - Ou Spin-off
 - Vivendi



Une approche financière de la non stationnarité

- On dispose pour les actifs cotés en Bourse d'historiques de cours boursiers
- Utilisation d'indicateurs statistiques et de modèles probabilistes pour mieux appréhender les données
- L'analyse financière montre que les caractéristiques des sociétés changent au cours du temps
 - Non stationnarité des taux de rentabilité
 - « Structural breaks » : changements des lois de probabilité des rentabilités
 - Notamment, écarts-types des rentabilités
- Attention à l'utilisation de données historiques à des fins prospectives ?
 - Quand on investit, on s'intéresse à sa richesse future

Cours action NYSE Euronext
Graphique chandeliers



Fluctuations des rentabilités moyennes

- Utilisation de données historiques pour déterminer la rentabilité attendue d'un portefeuille
- Inconvénients :
 - Fluctuations des rentabilités moyennes
 - Croyance (naïve ?) que les dynamiques futures des cours boursiers se reproduisent dans le futur
 - Possibilité de « data massage » : choix des périodes d'estimation
 - Divergences géographiques
 - Différences entre moyennes arithmétiques et géométriques

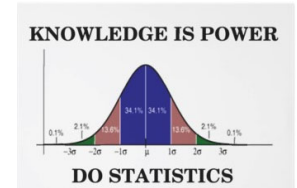
Rentabilités espérées : approches fréquentiste et subjective



- Harry Markovitz est à l'origine d'un saut qualitatif
 - Modélisation probabiliste des rentabilités boursières
- Une rentabilité (future) est vue une variable aléatoire
- La rentabilité réalisée est vue comme une réalisation de cette variable aléatoire.
- Ou un tirage dans la loi de probabilité de la rentabilité
 - Comme dans le jeu de dés
 - $R_{t-1,t} = \frac{P_t + d_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$: à la date $t - 1$ (aujourd'hui), on ne connaît pas P_t (prix demain), on ne connaît donc pas $R_{t-1,t}$
 - A la date t , on observe la rentabilité réalisée

89

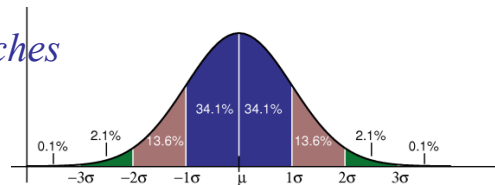
Rentabilités espérées : approches fréquentiste et subjective



- On ne cherche plus à prévoir le prix d'une action demain
 - Est-on pour autant revenu au niveau zéro de la connaissance ?
 - Non, car la connaissance est celle de la **loi de probabilité** qui « gouverne » l'apparition du phénomène.
 - Par exemple, la probabilité de tirer 421 est de ...
 - C'est une « certaine » connaissance
- C'est ce à quoi **prétend** la finance « moderne »
 - On a déplacé le champ de la connaissance
 - Dans ce contexte, il est possible de prendre des décisions rationnelles en matière de choix d'investissement

90

Rentabilités espérées : approches fréquentiste et subjective



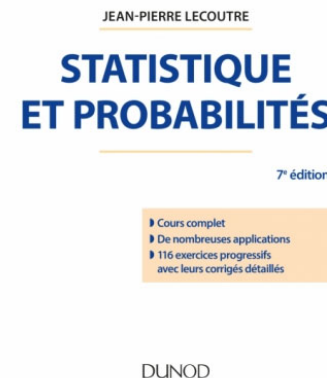
- Quelles lois de probabilité pour les rentabilités ?
- Loi « normale » ou gaussienne souvent utilisée
 - Courbe « en cloche » : fonction de densité
 - Dépend de deux paramètres : moyenne et écart-type
 - Dans le cas de la loi normale centrée réduite, la moyenne est nulle et l'écart-type est égal à un.
- Souvent critiquée...
 - Sous-estimation de l'amplitude des krachs boursiers
 - Les rentabilités négatives sont de plus grande ampleur que les rentabilités positives (asymétrie)

91

Rentabilités espérées : approches fréquentiste et subjective



Le livre de Jean-Pierre Lecoutre est disponible en ligne : se connecter via ENT/Domino, choisir la base ScholarVox, rechercher Jean-Pierre Lecoutre <http://univ.scholarvox.com/catalog/book/docid/88870385>



Loi normale (ou loi de Gauss) : pages 81 - 87

92



Carl Friedrich Gauss

Apparemment, Gauss gagnait beaucoup plus d'argent, en spéculant sur les obligations émises par les sociétés de transport ferroviaires, qu'avec ses revenus de mathématicien.

Il aurait continué à spéculer jusqu'à sa mort et la courbe en cloche serait en partie tirée de l'observation des séries de rentabilités boursières



- Comment déterminer l'espérance de la rentabilité
- À partir d'observations historiques ?
 - Moyenne des rentabilités passées sur une longue période
 - Converge vers la rentabilité attendue (espérée)
- Répétition d'expériences ?
 - Pour un jeu de dés, grand nombre de lancers
 - fréquence d'apparition d'un nombre donné, disons 3
 - Nombre d'apparitions du nombre 3 rapporté au nombre de tirages
 - Fréquence : approximation de la probabilité
 - Approche fréquentiste
- Application à la Bourse « fréquente » mais discutable

- Dans l'approche fréquentiste, la rentabilité moyenne converge vers l'espérance de rentabilité quand la période de calcul de la rentabilité moyenne augmente.
- $\frac{1}{T} \times (y_{t-T} + y_{t-T+1} + \dots + y_t) \rightarrow E[y_{t+1}]$ quand $T \rightarrow \infty$ (loi des grands nombres)
- y_t rentabilité à la date courante t , $E[y_{t+1}]$ espérance de la rentabilité y_{t+1} (inconnue aujourd'hui), y_{t-T} rentabilité à la date $t - T$, etc.
- Ceci assure un lien entre le passé et le futur
- La loi des grands nombres suppose que les rentabilités sont indépendantes et de même loi de probabilité à toute date (stationnarité)

- Il faut supposer que **les rentabilités observées sont des tirages dans une loi de probabilité**
 - **Hasard calculable**
- Cela suppose également que **la loi de probabilité dans laquelle on tire ne change pas au cours du temps**
 - **Stationnarité**
 - « Ce qui a été, c'est ce qui sera ; ce qui est arrivé arrivera encore. Rien de nouveau sous le soleil ».
 - L'Écclésiaste, chapitre 1, traduction d'Ernest Renan
- Il n'est pas réaliste de penser à l'absence de **changement structurel** (stationnarité) sur longue période ?
 - **Changement macro-financiers, changement dans la nature des entreprises**

Rentabilités espérées : approches fréquentiste et subjective

- Ordre de grandeur des rentabilités annuelles moyennes au cours du 20^e siècle : de l'ordre de 15% dans les grands pays occidentaux
- Rentabilités moyennes depuis le début du 21^e siècle, nulles ou négatives.
- Rentabilités espérées (cible pour les grandes entreprises) de l'ordre de 15% en 2000
- Les rentabilités cibles pour les grandes entreprises sont aujourd'hui plus proches de 10%
- Ajustement avec beaucoup de retard, les gérants de hedge funds parient sur 3% ou 4%.

97



Cérémonie d'ouverture des jeux olympiques à Londres, en écho à la révolution industrielle

Le 21^e siècle: Stagnation séculaire (Hansen, Gordon, Summers) ou troisième révolution industrielle (Rifkin) ?

98

<http://www.cnn.com/2016/09/13/bridgewater-dalio-theres-a-dangerous-situation-in-the-debt-market-now.html>

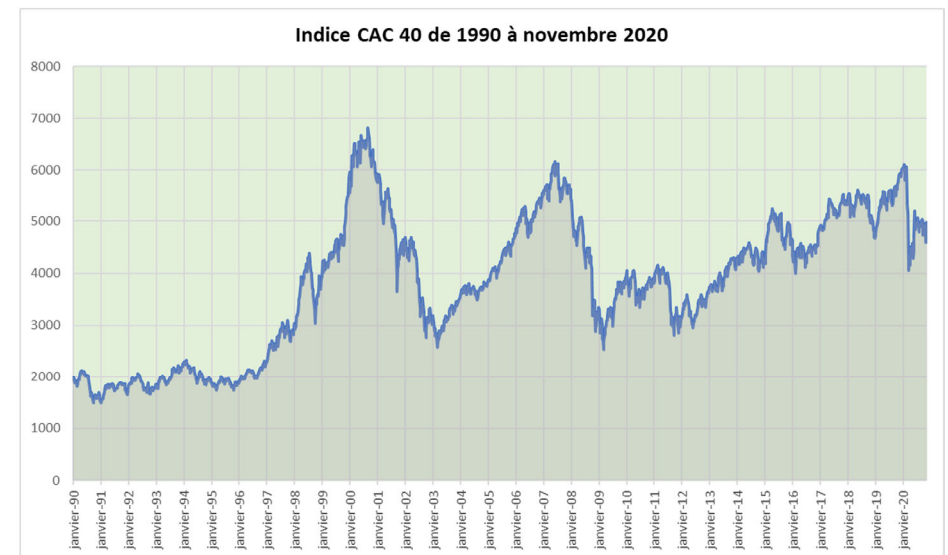


13 Septembre 2016

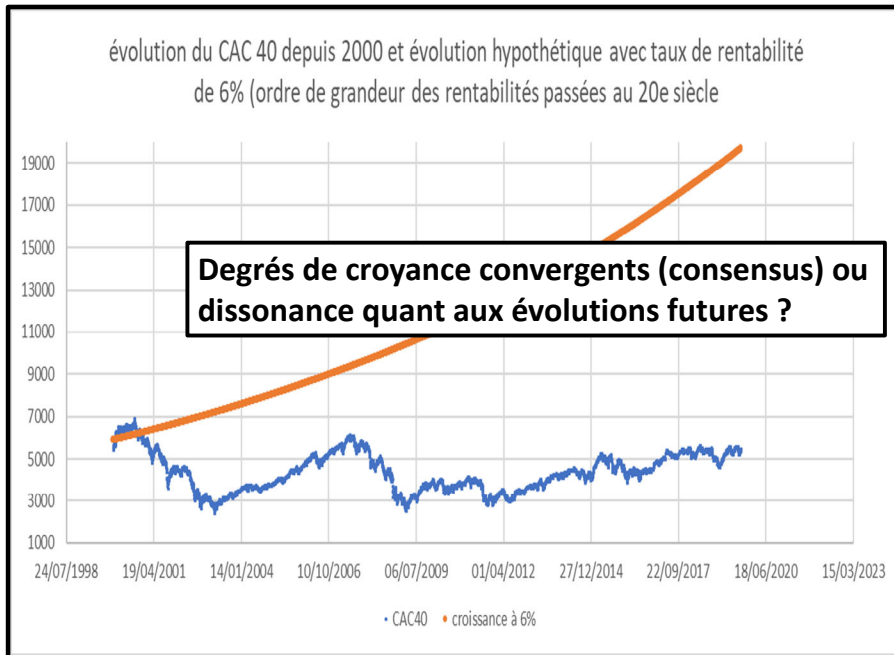
Ray Dalio predicts that returns across asset classes over the next decade will only average 3 percent or 4 percent.
Et il est peut-être optimiste (ceci exclut une crise majeure)...

99

Évolution de l'indice CAC40 (dividendes non réinvestis) depuis 30 ans :
Le 21^e siècle ne s'est pas manifesté par une augmentation des cours boursiers, malgré les délocalisations, la sous-traitance, etc.
Rupture par rapport au 20^e siècle ?



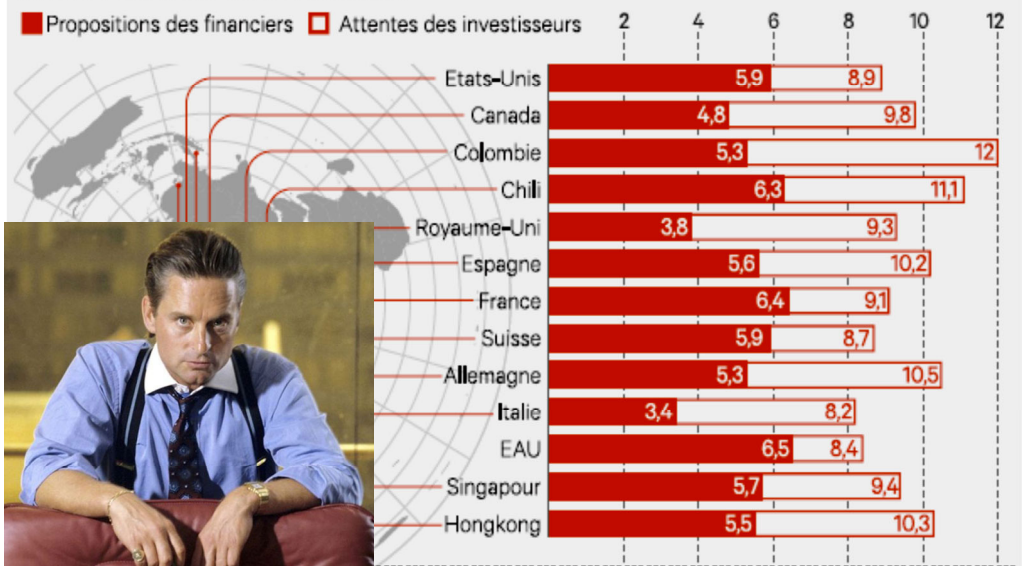
100



101

Les attentes des investisseurs et ce qu'ils peuvent raisonnablement obtenir

Rendements, en % au-dessus de l'inflation



« Greed is good! » Investisseurs ont été habitués à des rentabilités élevées, leurs attentes restent élevées : **biais de cadrage**

102

Les particuliers ont de très fortes attentes de rendement

Mardi 26 septembre 2017 Les Echos

GESTION D'ACTIFS

Selon une étude de Natixis GAM, les particuliers fortunés visent un gain financier moyen de 9,9 % par an et se disent à 68 % confiants dans la sécurité de leurs investissements.

Les professionnels évoquent un gain annuel qualifié de « réaliste » de 5,3 %.

Natixis GAM a interrogé en début d'année 8.300 particuliers fortunés de 21 pays, dont 400 Français. Ils doivent avoir un minimum de 100.000 dollars disponibles pour investir.

103

Rentabilités espérées : approches fréquentiste et subjective

Rentabilité historique
Rentabilité constatée
Moyenne empirique
Ex-post
Rétrospectif
Fréquences
Statistiques descriptives
Induction

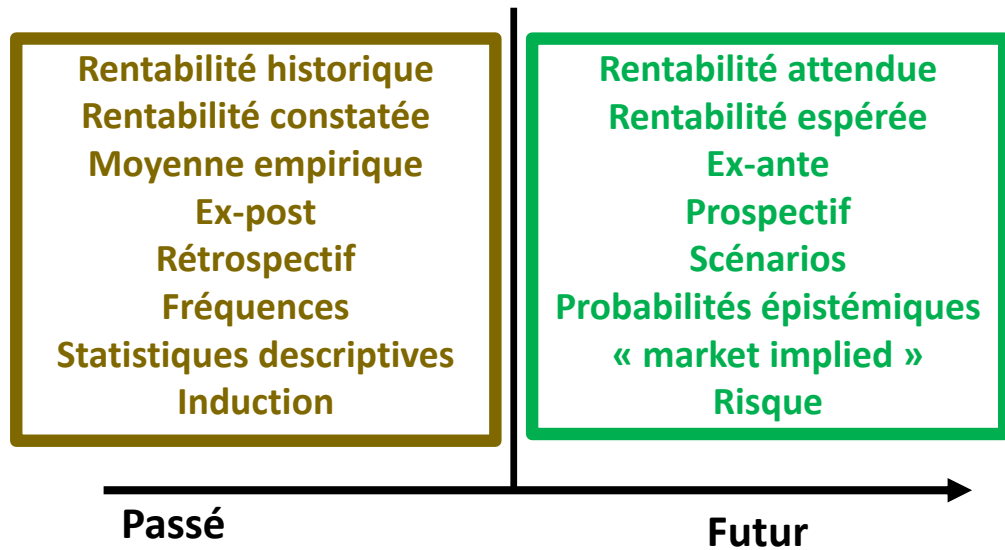
Rentabilité attendue
Rentabilité espérée
Ex-ante
Prospectif
Scénarios
Probabilités épistémiques
« market implied »
Risque

Passé

Futur

104

La prise de décision fait appel à des rentabilités espérées



Le passé est un « ancrage » (Kahneman).



Quand il s'agit de déterminer les lois de probabilités des rentabilités futures, il convient d'utiliser avec prudence les approches rétrospectives